

*К. Д. Алмазов¹, нач. каф. (ORCID 0000-0001-6483-351X)**Ю. В. Михайловська², PhD, с.н.с. відділу (ORCID 0000-0003-1090-5033)*¹*Академія Міністерства надзвичайних ситуацій, Баку, Азербайджан*²*Національний університет цивільного захисту України, Черкаси, Україна*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНИХ ЛОГІСТИЧНИХ МАРШРУТІВ ПОЖЕЖНИХ АВТОЦИСТЕРН ПРИ ГАСІННІ ЛАНДШАФТНИХ ПОЖЕЖ

Побудовано математичну модель оптимального маршруту за критерієм мінімуму часу, в умовах бездоріжжя у залежності від тактико технічних характеристик автомобільного засобу та параметрів ландшафту з урахуванням стійкості даного автомобільного засобу до перекидання. Дана модель заснована на застосуванні комп'ютерних технологій геоінформаційних систем. При цьому застосовані геоінформаційні аналітичні моделі і векторно-функціональні моделі рельєфу пересіченої місцевості де можливе виникнення, розвиток та поширення ландшафтної пожежі. При створенні моделі було враховано, що в умовах підйому та спуску при подоланні нерівностей рельєфу швидкість пожежного автомобільного засобу зменшується, а деякі напрямки руху даного засобами є забороненими, з точки зору максимальної потужності двигуна, що може бути розвинена в даних умовах. Крім цього, врахована можливість перекидання автомобільних засобів, що транспортують вогнегасну рідину у відповідній ємності, якими є пожежні автоцистерни. Ризик перекидання може бути підсилений раптовим зміщенням центру мас унаслідок переміщення рідини у ємності із утворенням сплесків, а також дії сил інерції. При побудуванні безпечних та оптимальних маршрутів при врахуванні таких аспектів були проаналізовані особливості рельєфу з використанням геоінформаційних систем, визначені дозволені напрямки, враховані умови можливого уповільнення при подоланні нерівностей. Для розв'язку задачі одержання оптимальних маршрутів була побудована математична модель, що встановлює залежність азимутальної швидкості руху автомобільного засобу у залежності від їх тактико-технічних характеристик та локальних даних щодо рельєфу пересіченої місцевості. Розроблена математична модель може бути використана для прогнозування порівняно безпечних та зручних логістичних маршрутів пожежних автомобільних засобів до осередку пожежі в умовах реальної обстановки.

Ключові слова логістичні маршрути, автомобільні засоби пожежогасіння, ландшафтні пожежі, математична модель, рельєф

1. Вступ

В умовах постійного збільшення населення та його ущільнення із одночасним підвищенням наслідків кліматичних змін на навколишнє середовище призводять до зростання ризиків масштабних лісових пожеж [1–3]. Аналіз поточних статистичних показників лісових пожеж показав, що їхня кількість постійно збільшується [1]. До основних транспортних засобів, що доставляють до осередків пожежі вогнегасні речовини та здійснюють гасіння пожежі залишаються пожежні автомобілі, зокрема пожежні автоцистерни [2, 3]. При цьому важливою залишається задача прокладання оптимального маршруту через пересічену місцевість при доставці вогнегасних речовин для здійснення пожежогасіння даними автоцистернами. Особливості рельєфу, наявність, розміри та крутизна нерівностей є впливовими факторами при вирішенні даної задачі, адже при подоланні нерівностей на підйомах та спусках має знижатися швидкість, а також має бути врахований додатковий час об'їзду зон де пересування є неможливим з огляду на максимальну потужність двигуна або пов'язаний із небезпекою перекидання [4]. При експлуатації не до кінця заповненої водою пожежної автоцистерни при її русі пересіченою лісовою місцевістю виникає додатковий підвищений ризик її перекидання з огляду на флуктуації її центра мас та дію сил інерції. Це зумовлює те, що

при експлуатації пожежних цистерн рекомендовано для пожежних підрозділів уникати рух лісовою пересіченою місцевістю із не до кінця заповненою цистерною, що еквівалентно забороні. Такі рекомендації доводиться кожний раз порушувати, оскільки сувора заборона експлуатації пожежних автоцистерн економічно та практично не обґрунтована. Тож основні дані рекомендації мають бути переглянуті з урахуванням результатів наукових досліджень. У роботах [5–6] наведені результати вивчення закономірностей флуктуації центра мас пожежної автоцистерни, що можна використати для удосконалення алгоритмів прокладання оптимальних маршрутів пожежних автомобільних засобів для здійснення гасіння ландшафтних пожеж.

Таким чином основна проблема полягає у відсутності науково обґрунтованого підходу до визначення безпечних і оптимальних маршрутів руху пожежних автоцистерн до осередків можливих ландшафтних пожеж з урахуванням їх тактико-технічних характеристик, специфіки рельєфу пересіченої місцевості та ризиків перекидання техніки.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В роботі [1] за рівнем небезпеки, що пов'язана із масштабом поширення, соціально-економічних втрат та екологічних наслідків, ландшафтні пожежі можна віднести до найбільш небезпечних. Для створення передумов для успішної боротьби з цими пожежами проводяться інтенсивні наукові дослідження майже у всіх сферах даної галузі. Причиною цього можуть бути об'єктивні труднощі, пов'язані з гасінням ландшафтних пожеж. Проте виникає необхідність щодо збільшення мобільності засобів транспортування вогнегасних агентів до осередків пожежі при збереженні безпечних умов роботи пожежно-рятувальних підрозділів. Серед основних засобів гасіння ландшафтних та лісових пожеж залишаються спеціальні пожежні автоцистерни, для яких суттєвим аспектом підвищення ефективності є запобігання їх перекиданню.

Особливо небезпека перекидання проявляється коли пожежні автоцистерни заповнені неповністю. Унаслідок цього в них можуть утворюватися небезпечні хвилі, які здатні спричинити великі флуктуації центра мас і як наслідок перекидання автоцистерни. Надання науково-обґрунтованих рекомендацій щодо параметрів руху пожежних автоцистерн пересіченою лісовою місцевістю створило б передумови для підвищення їх безпечної експлуатації та збільшило б ефективність їх використання. Динамічним процесам, що відбуваються у цистернах пожежних автомобілів присвячені роботи [2, 4, 5]. В даних роботах сформульовані різні підходи щодо прогнозування динаміки даних систем. Проте, поза увагою залишилися динамічні процеси плескання води у цистернах, з урахуванням впливу конструкції шасі на дані процеси.

В роботі [3] запропонований підхід представлення маси води в цистерні у вигляді маятникової динамічної системи. Даний підхід дозволяє визначати флуктуації центру мас динамічної системи, проте недоліком такого підходу є обмеження при врахуванні впливу внутрішньої системи хвилеломів та перегородок.

Робота [6] присвячена дослідженням динамічних процесів у цистернах за допомогою загального теоретичного підходу на основі використання системи рівнянь Нав'є-Стокса. Даний підхід достатньо точно відтворює динамічні процеси утворення та поширення хвиль у цистернах з перегородками, однак при цьому виникають ускладнення при визначенні флуктуацій центра мас даної динамічної

системи. Перспективним для моделювання динамічних процесів при русі пожежної автоцистерни представляється *smoothed particles hydrodynamics (SPH) method* [2, 7]. Згідно з ним вода у цистерні може бути імітована за допомогою частинок, даний метод дозволяє моделювання взаємної в'язкої взаємодії між частинками та огороженням цистерни. За таких умов зручно досліджувати флуктуації центра мас утвореної динамічної системи. Враховуючи складність математичних моделей, їхня реалізація можлива тільки при застосуванні спеціального програмного забезпечення.

У роботі [8] для рішення науково-технічних задач пожежної безпеки дуже ефективно був застосований універсальний програмний комплекс LS-DYNA, що є розробкою Livermore Software Technology Corporation (LSTC) для дослідження динамічних систем. У коді обчислювального програмного комплексу LS-DYNA реалізований підхід для моделювання динаміки рідин на основі метода SPH у комбінації з *explicit method*. Інтегрування диференціальних рівнянь динаміки з їхньою апроксимацією за методом скінченних елементів, однак не було враховано його використання для математичного моделювання динамічних процесів в пожежній автоцистерні при її русі пересіченою лісовою місцевістю.

Під час проведення гасіння лісових пожеж найчастіше буває задіяний спеціальний автотранспорт, зокрема автоцистерни [2–5]. Автоматизація процедури знаходження оптимальних параметрів процесу транспортування вогнегасного агенту призводить до значного підвищення її ефективності за рахунок оперативності. У той же час, можливість використання обчислювальної техніки, зокрема – персональних комп'ютерів, потребує наявності відповідних програмних продуктів та адаптованих під їх вимоги вхідних даних.

Здійснюючи транспортування вогнегасних речовин в умовах бездоріжжя, пожежні автоцистерни рухатимуться у різних ландшафтно-топографічних умовах. На їхню швидкість переміщення впливають локальні значення природних чинників – тип ґрунту (підстилаючої поверхні) і рельєф місцевості. У зв'язку з цим виникає необхідність адекватного завдання даних факторів у кожній точці зони лісової пожежі. Крім цього має бути врахована безпека при забезпеченні пожежних автоцистерн щодо їхнього перекидання.

Географічні інформаційні системи (ГІС) є програмним інструментом, що дозволяє адекватно відображати реальну природно-техногенну ситуацію в зоні НС. Топооснотою ГІС є електронні карти, що базуються на цифрових моделях місцевості (ЦММ) [4, 5].

Векторні ЦММ описують межі площинних ландшафтних об'єктів у вигляді замкнутих полігонів, що задаються координатами ламаних вершин. Крім майданних об'єктів, що задаються в ГІС у вигляді полігонів, існує ряд об'єктів, що задаються як лінійні. Надалі даним об'єктам приписувалася деяка мала ширина, і вони задавалися також як площинні.

В роботі [9] запропоновано векторно-функціональну модель (ВФМ) завдання геоданих, що поєднує в собі можливості високоточного векторного опису меж полігонів з одночасним функціональним завданням фізичних параметрів усередині їх меж. Як вхідні параметри моделі автори використовували векторний формат геоданих, що апроксимує кожну вихідну лінію (кордон полігону) ламаною, інформація про яку зберігається у вигляді впорядкованого масиву координат її N вершин. Але для оперативного розрахунку оптимальних шляхів транспортних засобів необхідно також мати у своєму розпорядженні моделі впливу факторів

ландшафту, тактико-технічних характеристик і параметрів на швидкість руху даних транспортних засобів.

На швидкість транспортних засобів як на дорогах, так і в умовах поза дорогою на місцевості впливає місцевість [2–5], в цих роботах наведені дані для швидкості транспортних засобів, залежно від їхніх технічних характеристик та крутості нахилу. Однак безпечний рух транспортного засобу на поверхні рельєфу і, відповідно, можливість його руху в азимутальному напрямку залежить від його технічних характеристик та крутості рельєфу в напрямку та перпендикулярно до нього. Саме такий підхід використаний в роботах [4, 5, 9], де це обмеження долають, знаходячи допустимі напрямки руху транспортного засобу на поверхні неоднорідного рельєфу. Рух переднім ходом транспортного засобу у напрямку його орієнтації є еквівалентним у цьому напрямку.

Варіантом подолання відповідних труднощів може бути проведення досліджень, присвячених руху транспортного засобу в умовах Off-Road, що призводить до необхідності врахувати безпеку трафіку за критерієм їхньої стабільності на схилі. У роботах [2–5] пропонується модель азимутальної швидкості транспортного засобу, враховуючи його стабільність на схилі. Недоліком цієї моделі є процедура чисельного рішення при пошуку обмежувальних азимутальних кутів, що обмежують стабільну орієнтацію даного транспортного засобу. Ця процедура значно уповільнює процес негайного пошуку логістичного маршруту, і тому необхідно знайти аналітичне рішення цієї проблеми.

Таким чином, наведені факти доводять необхідність проведення дослідження, спрямованого на розроблення моделей безпечної та раціональної логістики для спеціальної пожежної техніки, зокрема пожежних автоцистерн, під час їх переміщення пересіченою місцевістю у процесі гасіння лісових пожеж. Побудована математична модель забезпечить можливість розрахунковим шляхом визначати оптимальні маршрути руху з урахуванням тактико-технічних параметрів техніки та потенційної небезпеки її перекидання, що є особливо важливим для автоцистерн – ключових засобів ліквідації ландшафтних пожеж. Формування таких маршрутів дозволить значно підвищити оперативність реагування, скоротивши час прибуття до осередку займання, а також підвищити рівень безпеки під час руху складним рельєфом.

Відтак невирішена частина проблеми полягає у вдосконаленні комплексного підходу та математичного апарату для вибору оптимальних і безпечних шляхів руху пожежної техніки в умовах пересіченої місцевості у процесі гасіння лісових пожеж з урахуванням небезпеки перекидання пожежного автомобільного засобу.

3. Мета і завдання дослідження

Мета дослідження полягає у побудуванні математичної моделі оптимальної логістики для пожежних автоцистерн під час гасіння ландшафтних пожеж із забезпеченням їхньої стійкості до перекидання.

Для досягнення мети були поставлені такі задачі.

1. Розробити математичну модель впливу рельєфу пересіченої лісової місцевості на умови пересування пожежного автомобільного засобу з урахуванням ризику перекидання внаслідок динамічних процесів у цистерні із вогнегасною речовиною.

2. Визначити оптимальні безпечні логістичні маршрути з урахуванням співвідношень між рівнем заповнення водою резервуару пожежного автомобільного засобу та його швидкістю руху пересіченою місцевістю під час гасіння ландшафтних пожеж.

4. Матеріали та методи дослідження

Об'єктом досліджень є методи математичного моделювання логістичної комунікації пожежних транспортних засобів при здійсненні гасіння ландшафтних пожеж при їх пересування пересіченою місцевістю.

Предметом досліджень є аспекти врахування небезпеки перекидання пожежних автоцистерн під час пересування пересіченою місцевістю для здійснення гасіння ландшафтних пожеж.

Основна гіпотеза дослідження – поява додаткових зон недосяжності, або суттєвого зниження швидкості автомобільного засобу при його пересуванні пересіченою місцевістю до осередку ландшафтної пожежі.

Для створення математичної моделі оптимальної логістики для пожежних автоцистерн використано модель рельєфу на основі геоінформаційних систем, також використано векторно-функціональну модель.

5. Розробка математичної моделі оптимальної логістики для пожежних автоцистерн

Відомо [5, 9, 10, 12–14], що швидкість V руху автомобіля залежить від властивостей ґрунту, а у реальних умовах швидкість руху є функцією просторових координат, тобто $V=V(x,y)$. Очевидно, що існують природні та антропогенні перешкоди та заборонені зони, де $V=0$.

З іншого боку, швидкість руху залежить від топографії місцевості, тобто $V=V(\alpha)$, де α – крутизна схилу у напрямку руху.

Можливість руху АЗ визначається як крутизною схилу, а й стійкістю пожежного автомобільного засобу (далі – ПАЗ) на схилі, тобто не всі напрямки руху схилом є дозволеними. Вважатимемо, що у разі нестійкого положення ПАЗ на схилі з врахуванням можливості перекидання ПАЗ $V=0$.

ГІС-моделі поверхні рельєфу $Z(x,y)$ задаються у вигляді аналітичної моделі та векторно-функціональна модель (ВФМ) [12–14] місцевості за допомогою векторів тематичних шарів, що окреслюють область ландшафтної пожежі. Компонентом запропонованої моделі є актуальний ГІС-шар, що є просторовим завданням коефіцієнта впливу властивостей ґрунту або підстилаючої поверхні (дані наведені в [10]) і областей заборони на швидкість руху автомобіля, тобто. можливе завдання поля швидкості у вигляді виразу:

$$V(x;y) = k_v(x;y) \cdot v_n, \quad (1)$$

где v_n – номінальна швидкість ПАЗ.

Прогнозна функція границі просторової динаміки вражаючих факторів пожежі записується через вираз $L_c(x,y,t) = 0$. Внутрішня частина даної функції визначає додаткову заборонену зону для руху ПАЗ, яку можна задати у вигляді динамічного доповнення ГІС-шару $k_v(x,y,t)$ в ВФМ.

Відповідно до роботи [5], потужність двигуна ПАЗ, необхідна для подолання підйому крутизною α зі швидкістю v_n визначається за формулою:

$$P = \frac{v_n}{q_1 \cdot \eta_T} \cdot \left[g \cdot m_a \cdot (f \pm \operatorname{tg} \alpha) + \frac{k_B \cdot c \cdot b \cdot v_n^2}{q_2} \right], \quad (2)$$

де p – потужність двигуна ПАЗ, кВт; η_T – ККД трансмісії ПАЗ; g – прискорення вільного падіння, мс^{-2} ; m_a – маса ПАЗ, т; f – коефіцієнт опору кочення; α – кут схилу (градуси); k_B – коефіцієнт опору повітря, $\text{Н}\cdot\text{с}^2\text{м}^{-4}$; c – висота ПАЗ, м; b – ширина ПАЗ, м; $q_1 = 3.6$; $q_2 = 13000$ – числові коефіцієнти.

Формула (2) справедлива для руху вздовж лінії градієнта висоти вгору і вниз схилом. Водночас, цей вираз не дозволяє визначити швидкість руху вздовж довільного напрямку вздовж схилу.

Залежність кута схилу α від азимутального напрямку $\varphi \in [0; 2\pi]$ за умови його належності до інтервалу $\alpha \in [-0.5\pi; 0.5\pi]$ можна записати через вираз

$$\alpha(x; y; \varphi) = \frac{180^\circ}{\pi} \arctg(Z_x \cos \varphi + Z_y \sin \varphi), \quad (3)$$

де $Z_x = \frac{\partial Z(x; y)}{\partial x}$; $Z_y = \frac{\partial Z(x; y)}{\partial y}$ – часткові похідні по поточним координатам функції рельєфу поверхні.

Шляхом завдання значень параметрів формули (2) згідно із роботою [3] для різних типів ПАЗ та у результаті розв'язку кубічного рівняння (2) за допомогою формули Кардано відносно змінної v_n , можна знайти залежність швидкості від параметрів моделі вигляду $v_n(x, y, \alpha, Z(x, y), w)$, де $w = [p, \eta_T, m_a, f, k_B, c, b]^T$ є вектором ТТХ ПАЗ. Отримана залежність записується у вигляді:

$$v_n(x; y; \varphi; Z(x; y); w) = \begin{cases} v_1, & 0 \leq \varphi < \pi/2; \\ v_2, & \pi/2 \leq \varphi < 3\pi/2; \\ v_1, & 3\pi/2 \leq \varphi < 2\pi, \end{cases} \quad (4)$$

де

$$v_{1,2} = - \frac{\sqrt[3]{12} \left(\sqrt[3]{12} A^2 B_{1,2} C - \sqrt[3]{A^4 C^4 \left(9p + \sqrt{(12 B_{1,2}^3 A^2 + 81 P^2 C)} / C \right)^2} \right)}{6 A C \sqrt[3]{A^2 C^2 \left(9p + \sqrt{(12 B_{1,2}^3 A^2 + 81 P^2 C)} / C \right)}}$$

$$A = 1/(q_1 \cdot \eta_T); B_{1,2} = g \cdot m_a \cdot (f \pm \tg \alpha(x; y; \varphi; Z(x; y))); C = k_B \cdot h \cdot b / q_2. \quad (5)$$

У тому випадку, якщо схил задається у вигляді площини $Z = \tg \tilde{\alpha} \cdot x$ крутизна схилу (3) не залежить від координат і вираз (4) набуває вигляду $v_n = v_n(\tilde{\alpha}; \varphi; w)$.

Отримана залежність показує, що із зростанням крутизни відбувається швидке зниження швидкості руху в напрямку руху вгору і вниз схилом і не відбувається зниження швидкості при русі поперек схилу, що підтверджується практичним досвідом.

Формула (1) має бути доповнена даними роботи [11–14], де подані значення граничні кути схилу $\alpha_{кр}$, які необхідно враховувати шляхом уведення заборони пересування в азимутальному напрямку у інтервалі $[\varphi_{кр}^1; \varphi_{кр}^2]$. Визначення границь даного діапазону здійснюється за допомогою розв'язку рівняння $\alpha_{кр} = \alpha(\varphi)$ відносно змінної φ у вигляді:

$$\varphi_{\text{кр}}^{1,2} = \arctg \left(-\frac{Z_x}{Z_y} \frac{\left(Z_x \operatorname{tg} \alpha_{\text{кр}} \pm \sqrt{Z_x^2 Z_y^2 - Z_y^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{кр}} + Z_y^4} \right)}{Z_x^2 + Z_y^2} + \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\text{кр}}}{Z_y}, \right. \\ \left. \frac{Z_x \operatorname{tg} \alpha_{\text{кр}} \pm \sqrt{Z_x^2 Z_y^2 - Z_y^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\text{кр}} + Z_y^4}}{Z_x^2 + Z_y^2} \right). \quad (6)$$

В роботі [11–14] наведена процедура пошуку дозволених направлений рухів, зумовлених стійким рухом ПАЗ по поверхні рельєфу, заснована на численному рішенні нерівності $R(x_c(\varphi); y_c(\varphi)) < 0$ відносно φ , де $R(x_c(\varphi); y_c(\varphi))$ – рівняння проєкції основи ПАЗ на площину XOY , $x_c(\varphi)$; $y_c(\varphi)$ – координати проєкції центру маси ПАЗ на площину XOY .

Для побудови фронту хвилі транспортної доступності необхідно багатократно здійснювати вказану дію, що призводить до зниження оперативності всієї процедури. Для усунення даного недоліку необхідно знайти аналітичне рішення даної нерівності.

З цією метою на початковому етапі має бути використаний алгоритм побудування, наведений у роботі [5, 11–14]. Для цього висунуто припущення, що рух переднім ходом ПАЗ відповідає його орієнтації в напрямку його руху.

Геометрія ПАЗ апроксимується габаритним паралелепіпедом таким чином, що чотири точки опори ПАЗ утворюють прямокутник довжиною a (колесна база), b шириною (довжина осі) і висотою c (габаритна висота). Припускається, що поточне розташування центру маси у фіксований момент часу відомо і задано відносно лівої задньої опори координатами $(c_a; c_b; c_c)$, що належать інтервалам $0 \leq c_a \leq a$; $0 \leq c_b \leq b$; $0 \leq c_c \leq c$. У кожний момент часу центр маси в загальному випадку розташований несиметрично всередині габаритного паралелепіпеда.

У глобальній системі координат $OXYZ$ з оортами $(i; j; k)$, орієнтованими по сторонам світу і вгорі, в точці $O'(x_0; y_0; z_0)$ до поверхні $Z(x; y)$ встановлюється дотична площина, що описується рівнянням:

$$\tilde{Z}(x, y) = z_0 + Z_x(x_0; y_0)(x - x_0) + Z_y(x_0; y_0)(y - y_0). \quad (7)$$

Для створення моделі вводиться локальна декартова система координат, пов'язана з геометричним центром проєкції ПАЗ і віссю абсцис, орієнтованою у напрямку переднього ходу ПАЗ. Орти локальної системи координат позначені як $(v; t; n)$. Дана система координат не пов'язана жорстко з дотичною площиною, а обертається навколо вектора n .

У цьому разі координати опор визначаються набором точок $A'_1(-a/2; -b/2)$; $A'_2(a/2; -b/2)$; $A'_3(a/2; b/2)$ $A'_4(-a/2; b/2)$. Розташування центру мас C' у локальній системі координат задається через рівність $C'(c'_a; c'_b; c'_c) = C'(c_a - a/2; c_b - b/2; c_c)$.

Параметричні рівняння відрізків, які є сторонами чотирикутника $A'_1A'_2A'_3A'_4$ в локальній системі координат мають такий вигляд:

$$A'_1A'_2(\lambda) = \begin{cases} X_{A'_1A'_2} = \lambda, & -a/2 \leq \lambda \leq a/2; \\ Y_{A'_1A'_2} = -b/2; \end{cases} \quad A'_4A'_3(\lambda) = \begin{cases} X_{A'_4A'_3} = \lambda, & -a/2 \leq \lambda \leq a/2; \\ Y_{A'_4A'_3} = b/2; \end{cases}$$

$$A'_1A'_4(\lambda) = \begin{cases} X_{A'_1A'_4} = -a/2; \\ Y_{A'_1A'_4} = \lambda, -b/2 \leq \lambda \leq b/2; \end{cases} \quad A'_2A'_3(\lambda) = \begin{cases} X_{A'_2A'_3} = a/2; \\ Y_{A'_2A'_3} = \lambda, -b/2 \leq \lambda \leq b/2. \end{cases} \quad (8)$$

Рівняння сторін основи ПАЗ та координати центра мас в не залежать від кута орієнтації ПАЗ, і рівняння даних відрізків у глобальній системі OXYZ, що можуть бути знайдені на основі формул переходу від одної системи координат до іншої

$$\begin{aligned} A_1A_2(\lambda; \varphi) &= \begin{cases} X_{A_1A_2} = x_0 + [2\lambda A \cos \varphi + bCZ_y + b \sin \varphi][2AB]^{-1}; \\ Y_{A_1A_2} = y_0 + [2\lambda A \sin \varphi - bCZ_x + b \cos \varphi][2AB]^{-1}; \\ Z_{A_1A_2} = z_0 + [2\lambda AC + bD][2AB]^{-1}; -a/2 \leq \lambda \leq a/2; \end{cases} \\ A_2A_3(\lambda; \varphi) &= \begin{cases} X_{A_2A_3} = x_0 - [2\lambda(\sin \varphi + CZ_y) - aA \cos \varphi][2AB]^{-1}; \\ Y_{A_2A_3} = y_0 + [2\lambda(\cos \varphi + CZ_x) + aA \sin \varphi][2AB]^{-1}; \\ Z_{A_2A_3} = z_0 - [2\lambda D - aAC][2AB]^{-1}; -b/2 \leq \lambda \leq b/2, \end{cases} \quad (9) \\ A_3A_4(\lambda; \varphi) &= \begin{cases} X_{A_3A_4} = x_0 + [2\lambda A \cos \varphi - bCZ_y - b \sin \varphi][2AB]^{-1}; \\ Y_{A_3A_4} = y_0 + [2\lambda A \sin \varphi + bCZ_x + b \cos \varphi][2AB]^{-1}; \\ Z_{A_3A_4} = z_0 + [2\lambda AC - bD][2AB]^{-1}; -a/2 \leq \lambda \leq a/2; \end{cases} \\ A_4A_1(\lambda; \varphi) &= \begin{cases} X_{A_4A_1} = x_0 + [2\lambda(\sin \varphi + CZ_y) - aA \cos \varphi][2AB]^{-1}; \\ Y_{A_4A_1} = y_0 - [2\lambda(\cos \varphi + CZ_x) + aA \sin \varphi][2AB]^{-1}; \\ Z_{A_4A_1} = z_0 - [2\lambda D + aAC][2AB]^{-1}; -b/2 \leq \lambda \leq b/2; \end{cases} \end{aligned}$$

Тут уведені позначення $A = \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}$; $B = \sqrt{1 + (Z_x \cos \varphi + Z_y \sin \varphi)^2}$; $C = Z_x \cos \varphi + Z_y \sin \varphi$; $D = Z_x \sin \varphi - Z_y \cos \varphi$.

Центр мас $C(X_c; Y_c; Z_c)$ у глобальній системі координат задається координатами через вираз

$$\begin{aligned} X_c &= x_0 + [a'_c A \cos \varphi - b'_c(CZ_y + \sin \varphi) - c'_c BZ_x][2AB]^{-1}; \\ Y_c &= y_0 + [a'_c A \sin \varphi + b'_c(CZ_x + \cos \varphi) - c'_c BZ_y][2AB]^{-1}; \\ Z_c &= z_0 + [a'_c AC - b'_c D + c'_c B][2AB]^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Проекції на площину XOY сторін основи і центра мас будуть задаватися через їхні координати X і Y.

У залежності від крутизни схилу, розташування та азимутальної орієнтації ПАЗ, проекція центру мас може бути розташована або всередині проекції основи ПАЗ, або ззовні. Знаходження величин критичних кутів азимутальної орієнтації φ , які визначають стійку орієнтацію ПАЗ, виконується шляхом розв'язку чотирьох систем рівнянь:

$$\begin{cases} X_{A_i A_{i+1}}(\lambda; \varphi) = X_c(\varphi); \\ Y_{A_i A_{i+1}}(\lambda; \varphi) = Y_c(\varphi), \end{cases} \quad (11)$$

де $i = 1 \dots 4$ за умови, що $A_5 = A_1$. Розв'язок кожної з систем (11) здійснювалося шляхом знаходження явних виразів $\lambda_{i+1} = \lambda(\varphi)$ з перших рівнянь у вигляді:

$$\begin{aligned} \lambda_{12,34} &= \frac{\mp(b + 2b_c)(\sin \varphi + C \cdot Z_y) + 2a_c A \cos \varphi - 2c_c B Z_x}{2A \cos \varphi}; \\ \lambda_{23,41} &= \frac{-(2a_c \pm a)A \cos \varphi + 2b_c(\sin \varphi + C Z_y) + 2c_c B Z_x}{2C Z_y}. \end{aligned} \quad (12)$$

Виконавши необхідні перетворення було отримано відповідні корені – для сторони $A_1 A_2$

$$\begin{aligned} \varphi_{12}^1 &= \arctg(-E_1 Z_x - F_1 Z_y; E_1 Z_y - F_1 Z_x); \\ \varphi_{12}^2 &= \arctg(-E_1 Z_x + F_1 Z_y; E_1 Z_y + F_1 Z_x); \\ \varphi_{12}^3 &= \arctg(E_1 Z_x + F_1 Z_y; -E_1 Z_y + F_1 Z_x); \\ \varphi_{12}^4 &= \arctg(E_1 Z_x - F_1 Z_y; -E_1 Z_y - F_1 Z_x). \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{де } E_1 = A(b + 2b_c); F_1 = \sqrt{4c_c^2(Z_x^2 + Z_y^2) - (b + 2b_c)^2}.$$

– для сторони $A_2 A_3$

$$\begin{aligned} \varphi_{23}^1 &= \arctg(E_2 Z_y + F_2 Z_x; E_2 Z_x - F_2 Z_y); \\ \varphi_{23}^2 &= \arctg(E_2 Z_y - F_2 Z_x; E_2 Z_x + F_2 Z_y); \\ \varphi_{23}^3 &= \arctg(-E_2 Z_y + F_2 Z_x; -E_2 Z_x - F_2 Z_y); \\ \varphi_{23}^4 &= \arctg(-E_2 Z_y - F_2 Z_x; -E_2 Z_x + F_2 Z_y), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{де } E_2 = A^{-1}(a + 2a_c); F_2 = \sqrt{4c_c^2(Z_x^2 + Z_y^2) - (a + 2a_c)^2}.$$

– для сторони $A_3 A_4$

$$\begin{aligned} \varphi_{34}^1 &= \arctg(E_3 Z_x + F_3 Z_y; -E_3 Z_y + F_3 Z_x); \\ \varphi_{34}^2 &= \arctg(E_3 Z_x - F_3 Z_y; -E_3 Z_y - F_3 Z_x); \\ \varphi_{34}^3 &= \arctg(-E_3 Z_x + F_3 Z_y; E_3 Z_y + F_3 Z_x); \\ \varphi_{34}^4 &= \arctg(-E_3 Z_x - F_3 Z_y; E_3 Z_y - F_3 Z_x), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{де } E_3 = A(b - 2b_c); F_3 = \sqrt{4c_c^2(Z_x^2 + Z_y^2) - (b - 2b_c)^2}.$$

– для сторони $A_4 A_1$

$$\varphi_{41}^1 = \arctg(-E_4 Z_y + F_4 Z_x; -E_4 Z_x - F_4 Z_y);$$

$$\begin{aligned}\varphi_{41}^2 &= \arctg(-E_4 Z_y - F_4 Z_x; -E_4 Z_x + F_4 Z_y); \\ \varphi_{41}^3 &= \arctg(E_4 Z_y + F_4 Z_x; E_4 Z_x - F_4 Z_y); \\ \varphi_{41}^4 &= \arctg(E_4 Z_y - F_4 Z_x; E_4 Z_x + F_4 Z_y),\end{aligned}\quad (16)$$

де $E_4 = A^{-1}(a - 2a_c)$; $F_4 = \sqrt{4c_c^2(Z_x^2 + Z_y^2) - (a - 2a_c)^2}$.

6. Визначення оптимальних безпечних логістичних маршрутів під час гасіння ландшафтних пожеж

Для того щоб врахувати при визначенні заборонених напрямків для ПАЗ з точки зору ризику перекидання було використано дані, наведені у роботі [2]. Згідно із цими даними положення центра мас ПАЗ із різним рівнем заповнення вогнегасною речовиною його резервуара у процесі руху пересіченою місцевістю зі швидкістю 6 км/год має траєкторію, що наведена на рис 1.

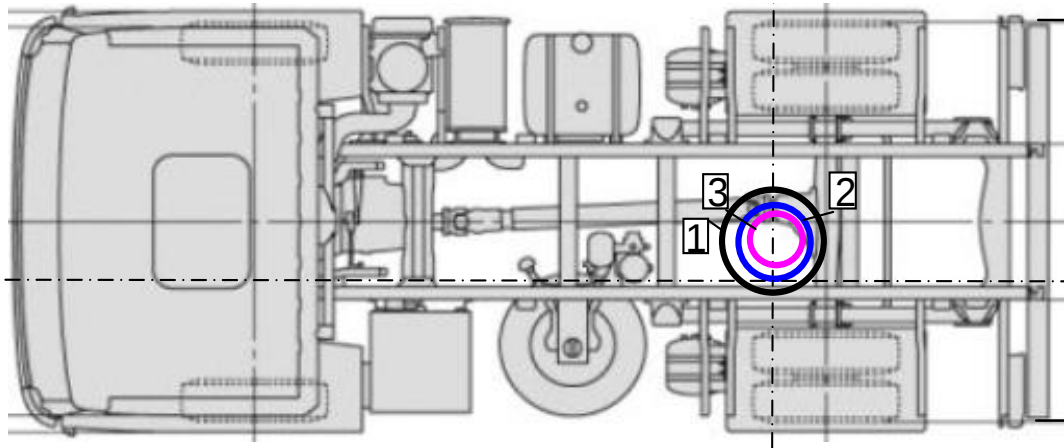


Рис. 1. Конфігурації областей положень центра мас ПАЗ при його русі зі швидкістю 6 км/год пересіченою місцевістю із різним рівнем заповнення резервуара водою: – 25 %; 2 – 50 %; 3 – 75 %

Для більшої деталізації на рис. 2 наведені криві залежності найбільшого поперечного зміщення центра мас цистерни під час руху ПАЗ від рівня заповнення резервуара.

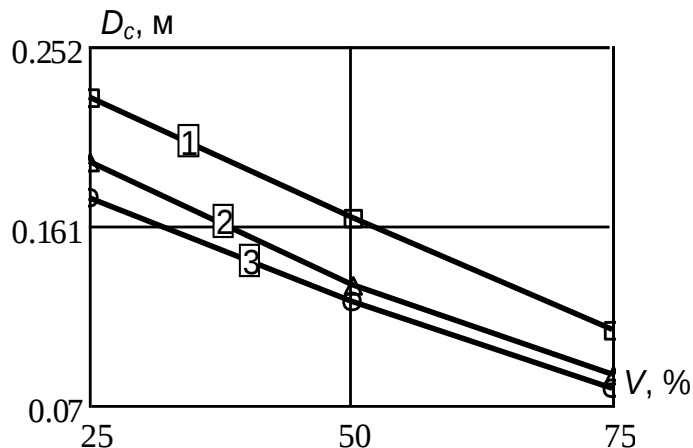


Рис. 2. Криві залежностей найбільшого зміщення центра мас ПАЗ у поперечному напрямку під час руху пожежного автомобіля залежно від рівня заповнення для різних швидкостей руху: 1 – 6 км/год; 2 – 4 км/год; 3 – 2 км/год

З врахуванням цього полярне рівняння проекції індикатриси на площину XOY буде задаватися дугами кіл і буде мати вигляд:

$$v_n = \begin{cases} \begin{cases} v_1, & \varphi \leq \pi/2 + \psi; \\ v_2, & \varphi \leq 3\pi/2 + \psi; \\ v_1, & \varphi \leq 2\pi; \end{cases} & 0 \leq \psi < \pi/2; \\ \begin{cases} v_2, & \varphi \leq -\pi/2 + \psi; \\ v_1, & \varphi \leq \pi/2 + \psi; \\ v_2, & \varphi \leq 2\pi; \end{cases} & \pi/2 \leq \psi < 3\pi/2; \\ \begin{cases} v_1, & \varphi \leq -3\pi/2 + \psi; \\ v_2, & \varphi \leq -\pi/2 + \psi; \\ v_1, & \varphi \leq 2\pi; \end{cases} & 3\pi/2 \leq \psi < 2\pi. \end{cases} \quad (17)$$

При цьому параметричне рівняння поля $V_n(x, y, \varphi)$ проекції індикатриси з полюсом в точці (x, y) на площину XOY буде мати вигляд

$$V_n(x, y, \varphi) = \begin{cases} V_{nx} = x + v_n \cos \varphi; \\ V_{ny} = y + v_n \sin \varphi, \end{cases} \quad \varphi \in [0; 2\pi], \quad (18)$$

В цьому разі кут ψ ($0 \leq \psi \leq 2\pi$) азимуту градієнту висоти поверхні рельєфу $Z(x, y)$, у додатному напрямку від осі OX, дорівнює [6]:

$$\psi(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial y}, \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right). \quad (19)$$

Кут кривизни α_v ($0 \leq \alpha_v \leq \pi/2$) схилу поверхні рельєфу в напрямку ψ , дорівнює [11, 12]:

$$\alpha_v(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right)^2} \right). \quad (20)$$

Ітераційне побудування динаміки параметрично заданої границі області транспортної досяжності (ізохрони) здійснюється з використанням виразу:

$$\alpha_v(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right)^2} \right). \quad (20)$$

$$L(t_{i+1}, m) = \begin{cases} X(t_i, m) + V_{nx}(m, \theta(\gamma)) \cdot \Delta t; \\ Y(t_i, m) + V_{ny}(m, \theta(\gamma)) \cdot \Delta t; \end{cases} \quad (21)$$

де Δt – часовий крок, встановлюється для здійснення принципу Гюйгенса для знаходження огинаючої сімейства вторинних хвиль.

При цьому в якості вторинної хвилі виступає другий складник виразу (21). Таким чином, реалізація виразу (21) зводиться до знаходження невідомої залежності $\theta(\gamma)$, де θ – азимутальний кут, при якому дотична до фронту вторинної хвилі буде мати такий же самий нахил, що і дотична λ .

Викладений алгоритм встановлює завдання отримання динамічного фронту хвилі – межі області транспортної доступності.

Отримані сімейства ізохрон дозволяють створити знаходження найшвидшого шляху слідування з початку маршруту руху ПАЗ у точці А у до кінця маршруту руху у точку В, тобто розв'язати задачу пошуку оптимального маршруту.

$$\ell^* = \arg(\min_{\ell \in L_{AB}}(T(\ell))). \quad (22)$$

При цьому здійснюється урахування локальних топографічних властивостей місцевості вздовж маршруту слідування, а також небезпеку перекидання ПАЗ, який насправді є променевою траєкторією в анізотропному середовищі.

Побудовані оптимальні маршрути показані на рис. 3.

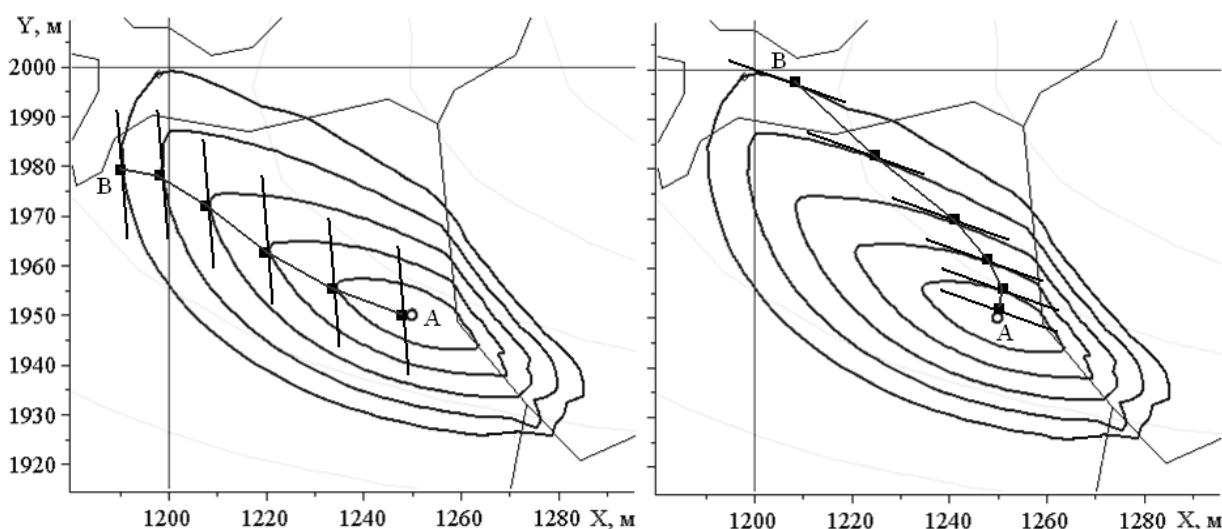


Рис. 3. Приклади знаходження оптимальних найшвидших маршрутів руху ПАЗ з точки А до точки В

Приклади побудування оптимального маршруту ПАЗ де враховується локальні топографічні властивості місцевості вздовж маршруту слідування, а також небезпеку перекидання.

7. Обговорення аспектів запропонованих математичних моделей та обчислювальних алгоритмів

Повномасштабне врахування топографічних особливостей місцевості за допомогою методів геоінформаційних систем [5] дозволило, на основі розробленої математичної моделі, оперативно формувати маршрути руху пожежних автоцистерн у складних умовах пересіченої території. Використання ГІС-технологій забезпечило можливість інтегрувати дані про рельєф, ухили, структуру дорожньої мережі, тип ґрунтів та інші просторові характеристики, що суттєво впливають на прохідність техніки та безпечність її руху.

Для забезпечення вирішення поставленої задачі було створено математичну модель оптимальної логістики переміщення пожежних автоцистерн у процесі ліквідації ландшафтних пожеж. Модель враховує низку факторів, зокрема тактико-технічні характеристики транспортного засобу, допустимі швидкості на різних типах рельєфу, значення поперечних та поздовжніх ухилів, а також можливість виникнення небезпечних ситуацій. Важливим її доповненням став компонент, який описує ризик перекидання автомобіля внаслідок зміщення центра мас під впливом динамічних процесів, викликаних коливаннями рідини у частково заповненому резервуарі. Саме ця фізична особливість конструкції пожежних автоцистерн значно ускладнює рух пересіченою місцевістю та є критичною для розрахунку ризиків.

Включення цього компонента в алгоритм дає змогу автоматично визначати та виключати зі списку можливих маршрутів ті напрямки, де небезпека втрати стійкості транспортного засобу є надто високою. Для наукового обґрунтування таких заборон були використані результати досліджень, подані у роботі [2], де детально розглянуто вплив технічних параметрів пожежних автомобілів, особливостей їх конструкції та умов руху на імовірність перекидання.

Розроблений алгоритм пошуку найшвидших та одночасно безпечних маршрутів дає змогу значно підвищити оперативність дій пожежно-рятувальних підрозділів. Система забезпечує скорочення часу прибуття до осередку пожежі, що є критичним показником при гасінні ландшафтних загорянь, де швидкість реагування безпосередньо впливає на масштаб поширення вогню. Окрім цього, урахування небезпечних напрямків руху та рельєфних обмежень сприяє підвищенню безпеки персоналу та зменшенню ризику виходу техніки з ладу внаслідок аварійних ситуацій.

Додатковою перевагою запропонованого підходу є можливість інтеграції моделі з іншими інформаційними системами, зокрема системами прогнозування розвитку лісових пожеж, модулями оцінки погодно-кліматичних умов та базами даних про стан дорожньої інфраструктури. Така інтеграція у перспективі дозволяє створити комплексну систему підтримки рішень для служб ДСНС, яка забезпечуватиме аналітику в реальному часі та адаптивне планування логістики в умовах динамічно змінюваного середовища.

Таким чином, запропонована модель і відповідний обчислювальний алгоритм не лише сприяють оптимізації логістики пожежних автоцистерн, але й створюють наукове підґрунтя для подальшої автоматизації процесів управління силами та засобами при гасінні ландшафтних пожеж і підвищення загальної ефективності реагування.

8. Висновки

1. Проведені дослідження дали змогу вирішити актуальне науково-технічне завдання щодо побудування математичної моделі оптимальної логістики для пожежних автоцистерн під час гасіння ландшафтних пожеж із забезпеченням їхньої стійкості до перекидання. Було розроблено математичну модель впливу рельєфу пересіченої лісової місцевості на умови пересування пожежного автомобільного засобу з урахуванням ризику перекидання внаслідок динамічних процесів у цистерні із вогнегасною речовиною. Отримана залежність показує, що із зростанням крутизни відбувається швидке зниження швидкості руху в напрямку руху вгору і вниз схилом і не відбувається зниження швидкості при русі поперек схилу, що

підтверджується практичним досвідом.

2. Показано ефективність розроблених алгоритмів шляхом визначення оптимальних безпечних логістичних маршрутів з урахуванням впливу рівня заповнення водою резервуару пожежного автомобільного засобу та його швидкістю руху пересіченою місцевістю під час гасіння ландшафтних пожеж. Викладений алгоритм встановлює завдання отримання динамічного фронту хвилі – межі області транспортної доступності. Отримані сімейства ізохрон дозволяють створити знаходження найшвидшого шляху слідування з початку маршруту руху пожежного автомобільного засобу у точці А і до кінця маршруту руху у точку В, тобто розв'язати задачу пошуку оптимального маршруту. При цьому враховуються локальні топографічні особливості місцевості вздовж обраного маршруту, а також ризик перекидання пожежного автомобільного засобу, траєкторія руху якого фактично розглядається як променева лінія в анізотропному середовищі.

Література

1. Nyzhnyk V. V., Tarasenko O. A., Kyrychenko O. V., Kosiarum, S. O., Pozdieiev S. V. The criteria of estimating risks of spreading fire to adjacent building facilities. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 708. P. 99–110. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/708/1/012064>
2. Pozdieiev S., Tarasenko O., Almazov K., Nekora V. Research of Dynamic Process in Water Cistern of Fire Automobile During Its Moving Along Rough Woodland. Mechanisms and Machine Science. 2023. 125 MMS. P. 1216–1223. doi: 10.1007/978-3-031-15758-5_125
3. Gesch D. B. (2007). The National Elevation Dataset. In Digital Elevation Model Technologies and Applications: The DEM Users Manual (2nd ed.), Maune, D. F. (Ed.), American Society for Photogrammetry and Remote Sensing. 2007. P. 99–118. doi: 10.14358/PERS.67.1.99
4. de Berg M., van Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O. Computational Geometry: Algorithms and Applications (3rd ed.). Springer-Verlag. 2008. doi: 10.1007/978-3-540-77974-2
5. Khan M. A., et al. The effects of vehicle speed and type of road surface on the longitudinal slip of tires and the brake stopping distance. Engineering and Technology Journal. 2023. Vol. 31(10). P. 1855–1868. doi: 10.30884/etj/2023.31.10.01
6. Nicolici S., Bilegan R. Fluid structure interaction modeling of liquid sloshing phenomena in flexible tanks. Nuclear Engineering and Design. 2013. Vol. 258. P. 51–56. doi: 10.1016/j.nucengdes.2012.12.024
7. Zisis I., Van Der Linden B.J., Giannopapa C.G., Koren B. SPH for shocks through inhomogeneous media. In: GDRI-IFS Conference on SPH and Particular Methods for : Fluids and Fluid Structure Interaction, January 2015 Lille University (FRANCE). 2015. Vol. 9. P. 83–99. URL: <https://research.tue.nl/en/publications/on-the-derivation-of-sph-schemes-for-shocks-through-inhomogeneous/>
8. LS-DYNA Theory Manual, Livermore Software Technology Corporation: California, USA. 2014. Revision: 4778.
9. Longley P. A., Goodchild M. F., Maguire D. J., Rhind D. W. Geographic Information Systems and Science. 4th Edition. Wiley, 2015. 656 p. URL: https://www.geos.ed.ac.uk/~gisteac/gis_book_abridged/files/00_fm.pdf
10. Sammy G. Industrial design of experiments: a case study approach for de-

sign and process optimization. Springer, Cham. 2022.

11. Theodore T. Allen. Introduction to engineering statistics and Lean Six Sigma: statistical quality control and design of experiments and systems. Springer, London, England. 2019. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4471-7420-2>

12. Беляев В. Ю., Тарасенко А. А. Модель азимутальної швидкості руху автотранспорту, що здійснює евакуацію населення за умов бездоріжжя. Проблеми надзвичайних ситуацій. 2012. Вип. 16. С. 16–28.

13. Беляев В. Ю., Тарасенко А. А. Использование волнового алгоритма для построения маршрутов эвакуации населенного пункта в условиях бездорожья. Проблеми надзвичайних ситуацій. 2013. Вип. 18. С. 25–34.

14. Абрамов Ю. А., Тарасенко А. А. Поиск области запрета при моделировании маршрута в условиях гористого бездорожья. Вестник ХНАДУ. 2009. Вип. 45. С. 44–46.

K. Almazov¹, Head of Department

Yu. Mykhailovska², PhD, Senior Researcher of the Department

¹*Academy of the Ministry of Emergency Situations, Baku, Azerbaijan*

²*National University of Civil Protection of Ukraine, Cherkasy, Ukraine*

MATHEMATICAL MODEL OF OPTIMAL LOGISTICS ROUTES OF FIRE TANK TRUCKS WHEN EXTINGUISHING LANDSCAPE FIRES

The paper builds a mathematical model of the optimal route based on the minimum time criterion, in off-road conditions depending on the tactical and technical characteristics of the vehicle and the parameters of the landscape, taking into account the stability of this vehicle to overturning. This model is based on the application of computer technologies of geographic information systems. In this case, geographic information analytical models and vector-functional models of the relief of rough terrain where the occurrence, development and spread of a landscape fire are possible were used. When creating the model, it was taken into account that in conditions of ascent and descent when overcoming uneven terrain, the speed of the fire vehicle decreases, and some directions of movement of this vehicle are prohibited, from the point of view of the maximum engine power that can be developed in these conditions. In addition, the possibility of overturning of vehicles transporting fire-extinguishing fluid in an appropriate capacity, such as fire tankers, must be taken into account. The risk of overturning can be increased by a sudden shift of the center of mass due to the movement of the liquid in the container with the formation of splashes, as well as the action of inertial forces. To build safe and optimal routes, taking into account such aspects, the features of the terrain should be analyzed using geographic information systems, permitted directions should be determined, and conditions for possible deceleration when overcoming irregularities should be taken into account. To solve the problem of obtaining optimal routes, a mathematical model was built that establishes the dependence of the azimuthal speed of the vehicle depending on their tactical and technical characteristics and local data on the relief of the rough terrain. The developed mathematical model can be used to predict relatively safe and convenient logistical routes of firefighting vehicles to the fire center in real-world conditions.

Keywords: logistical routes, firefighting vehicles, landscape fires, mathematical model, terrain parameters

References

1. Nyzhnyk, V. V., Tarasenko, O. A., Kyrychenko, O. V., Kosiarum, S. O., Pozdieiev, S. V. (2019). The criteria of estimating risks of spreading fire to adjacent building facilities. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 708, 99–110. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/708/1/012064>

2. Pozdieiev, S., Tarasenko, O., Almazov, K., Nekora, V. (2023). Research of Dynamic Process in Water Cistern of Fire Automobile During Its Moving Along Rough

Woodland. Mechanisms and Machine Science, 125, 1216–1223. doi: 10.1007/978-3-031-15758-5_125

3. Gesch, D. B. (2007). The National Elevation Dataset. In Digital Elevation Model Technologies and Applications: The DEM Users Manual (2nd ed.), Maune, D. F. (Ed.), American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 99–118. doi: 10.14358/PERS.67.1.99

4. de Berg, M., van Kreveld, M., Overmars, M., Schwarzkopf, O. (2008). Computational Geometry: Algorithms and Applications (3rd ed.). Springer-Verlag. doi: 10.1007/978-3-540-77974-2

5. Khan, M. A., et al. (2013). "The effects of vehicle speed and type of road surface on the longitudinal slip of tires and the brake stopping distance." Engineering and Technology Journal, 31(10), 1855–1868. doi: 10.30884/etj/2023.31.10.01

6. Nicolici, S., Bilegan, R. (2013). Fluid structure interaction modeling of liquid sloshing phenomena in flexible tanks. Nuclear Engineering and Design, 258, 51– 56. doi: 10.1016/j.nucengdes.2012.12.024

7. Zisis, I., Van Der Linden, B.J., Giannopapa, C.G., Koren, B. (2015). SPH for shocks through inhomogeneous media. In: GDRI-IFS Conference on SPH and Particular Methods for : Fluids and Fluid Structure Interaction, January 2015 Lille University (FRANCE), 9, 83–99. Available at: <https://research.tue.nl/en/publications/on-the-derivation-of-sph-schemes-for-shocks-through-inhomogeneous/>

8. LS-DYNA Theory Manual, Livermore Software Technology Corporation: California, USA. 2014. Revision: 4778.

9. Longley, P. A., Goodchild, M. F., Maguire, D. J., Rhind, D. W. (2015). Geographic Information Systems and Science. 4th Edition. Wiley, 656. Available at: https://www.geos.ed.ac.uk/~gisteac/gis_book_abridged/files/00_fm.pdf

10. Sammy, G. (2022). Industrial design of experiments: a case study approach for design and process optimization. Springer, Cham.

11. Theodore, T. Allen. (2019). Introduction to engineering statistics and Lean Six Sigma: statistical quality control and design of experiments and systems. Springer, London, England. Available at: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4471-7420-2>

12. Belyaev, V. Y, Tarasenko, A. A. (2012). The model of the azimuthal speed of the vehicle carrying out population evacuation in off-road conditions. Problems of emergency situations, 16, 16–28.

13. Belyaev, V. Yu., Tarasenko, A. A. (2013). The use of a wave algorithm for constructing evacuation routes of a settlement in off-road conditions. Problems of emergency situations, 18, 25–34.

14. Abramov, Yu. A., Tarasenko, A. A. (2009). Searching for the restricted area when modeling a route in mountainous off-road conditions. Herald of the Khnadu, 45, 44–46.

Надійшла до редколегії: 11.09.2025

Прийнята до друку: 14.10.2025