

## УДК 351.861

*О. О. Ковальов<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, доц. каф. (ORCID 0000-0002-4974-5201)*

*Д. М. Ядченко<sup>2</sup>, нач. упр. (ORCID 0000-0002-6451-7338)*

*А. С. Мельниченко<sup>1</sup>, PhD, ст. викл. (ORCID 0000-0002-7229-6926)*

*В. О. Собина<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, нач. каф. (ORCID 0000-0001-6908-8037)*

*Д. В. Тарадуда<sup>1</sup>, заст. нач. каф. (ORCID 0000-0001-9167-0058)*

*О. Г. Панченко<sup>3</sup>, ст. викл. (ORCID 0009-0009-7727-3035)*

<sup>1</sup>Національний університет цивільного захисту України, Черкаси, Україна

<sup>2</sup>Управління організації роботи та використання безпілотних систем та робототехніки ДСНС,  
Київ, Україна

<sup>3</sup>Національна академія Національної гвардії України, Харків, Україна

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЙМОВІРНОСТІ ВИЯВЛЕННЯ ТОЧКОВОЇ ЦІЛІ ОПЕРАТОРОМ БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА

У роботі розроблено математичну модель ймовірності виявлення точкової цілі оператором оптико-електронного засобу, встановленого на безпілотному літальному апараті, з використанням критерію Джонсона та біноміального закону повторних випробувань. Метою дослідження є оцінка ймовірності виявлення цілі за допомогою сенсорної системи в умовах різноманітних зовнішніх факторів. В рамках дослідження розглянуто вплив різних умов, таких як освітлення, погодні умови та характеристики сенсорних систем на ефективність виявлення цілі. У ході дослідження було побудовано математичну модель, яка дозволяє визначити ймовірність успішного виявлення цілі за допомогою оптико-електронних засобів. Модель передбачає використання біноміального закону для врахування кількості спроб виявлення та застосування критерію Джонсона для підвищення точності. Цей підхід дозволяє враховувати фактори, що знижують ефективність виявлення, а також дозволяє оптимізувати параметри роботи сенсора залежно від умов експлуатації. Результати дослідження показали, що за оптимальних параметрів сенсора й умов навколишнього середовища ймовірність успішного виявлення можна значно підвищити. Моделювання різних сценаріїв дозволяє отримати точнішу оцінку ймовірності та знизити ймовірність помилок. Ці дані є важливими для вдосконалення технологій виявлення, дозволяючи більш ефективно налаштовувати сенсори, що покращує точність і надійність системи. Отримані результати мають важливе практичне значення для оптимізації використання оптико-електронних систем у складі безпілотних літальних апаратів. Ця модель дає можливість мінімізувати ризики помилкових спрацьовувань та підвищити точність виявлення цілей в реальних умовах. Така розробка є корисною не тільки для оборонної сфери, але й для цивільних застосувань, таких як моніторинг навколишнього середовища та безпека.

**Ключові слова:** математична модель, оптико-електронні системи, точкова цілі, оператор корисного навантаження

### 1. Вступ

У сучасному світі значно зросла кількість надзвичайних ситуацій природного і техногенного характеру, які потребують швидкої та ефективної реакції для зменшення шкоди та порятунку життя людей. Такі ситуації часто виникають у результаті природних катастроф, таких як землетруси, повені, лісові пожежі, або техногенних аварій, таких як вибухи, розливи хімічних речовин чи катастрофи на транспорті. Пошуково-рятувальні операції є важливою складовою зниження наслідків цих подій, однак вони часто супроводжуються високими ризиками для рятувальників та великими витратами часу та ресурсів. В таких умовах використання новітніх технологій є необхідним для забезпечення швидкості та ефективності рятувальних заходів. Безпілотні літальні апарати (БпЛА) стали важливим інструментом у роботі аварійно-рятувальних підрозділів, оскільки вони здатні оперативно надавати інформацію про масштаби катастрофи, здійснювати моніторинг місцевості та проводити пошукові операції без ризику для життя особового складу

рятувальників.

Завдяки своїм характеристикам БпЛА мають низку переваг у порівнянні з традиційними методами. Вони можуть здійснювати політ у важкодоступних районах, де використання наземних чи повітряних засобів є проблематичним через небезпеку чи технічні обмеження. Безпілотники з обладнанням, таким як відео- та інфрачервоні камери, що є частиною оптико-електронних систем (ОЕС), можуть здійснювати детальне спостереження та допомагати у виявленні зниклих осіб чи оцінці шкоди. Однак для забезпечення максимального ефекту від застосування БпЛА в таких операціях, необхідно мати чітке розуміння того, як оптимально застосувати ці системи в залежності від конкретних умов.

Для цього важливо розробляти математичні моделі, що дозволяють точніше оцінити ймовірність успішного виявлення та розпізнавання об'єктів, зокрема людей, у заданих умовах. Створення таких моделей дозволить врахувати різноманітні фактори, що впливають на ефективність пошуку, такі як якість зображення, погодні умови, тип місцевості та характеристики оптико-електронної системи. Окрім того, на результативність пошукової операції впливає досвід та кваліфікація оператора, тому математичні моделі мають враховувати й цей аспект для більш точного прогнозування.

Розробка таких моделей дозволить не лише підвищити ефективність пошуково-рятувальних робіт, але й значно зменшити час, що витрачається на пошук, а також підвищити безпеку операцій. Це, в свою чергу, дозволить знизити ризик для життя рятувальників і зменшити кількість помилкових спрацьовувань систем. Крім того, точніші прогнози можуть допомогти оптимізувати використання ресурсів і краще планувати маршрути польотів БпЛА, що зробить пошуково-рятувальні операції більш економічно ефективними.

Таким чином, проблема розробки математичних моделей для розрахунку ймовірностей виявлення та розпізнавання об'єктів за допомогою БпЛА є надзвичайно актуальною, оскільки вона дозволяє значно підвищити ефективність пошуково-рятувальних операцій. Технічне забезпечення таких робіт повинно відповідати високим вимогам, адже від цього безпосередньо залежить успіх рятувальних місій. Розробка таких моделей є важливою складовою цієї наукової проблеми і відкриває нові можливості для покращення ефективності та безпеки в умовах катастроф.

## 2. Аналіз літератури та постановка проблеми

Застосування безпілотних літальних апаратів для виявлення точкових цілей у пошуково-рятувальних операціях набуло значного поширення завдяки їх мобільності, здатності працювати в важкодоступних районах та мінімізації ризиків для людей. Проте, аналіз наукових досліджень показує, що існує низка суттєвих обмежень, які перешкоджають максимальному використанню потенціалу цих систем.

Дослідження, присвячені технічним характеристикам безпілотних літальних апаратів, зосереджуються переважно на оцінці їхньої висоти польоту, швидкості, тривалості роботи та вантажопідйомності. Хоча ці параметри є критично важливими для ефективного планування пошукових операцій, вони не враховують впливу змінних зовнішніх умов. Наприклад, погодні фактори, такі як вітер, опади або низька видимість, можуть значно впливати на точність виявлення об'єктів. Відсутність такого аналізу знижує практичну цінність представлених у дослідженнях моделей і обмежує їх застосування в реальних умовах.

Ще одним важливим аспектом є використання оптико-електронних систем у

пошуково-рятувальних операціях. У науковій літературі досить детально розглянуто технічні параметри таких систем, зокрема розрізнявальну здатність сенсорів, фокусну відстань, кути поля зору та формат зображення. Однак ці дослідження здебільшого орієнтовані на лабораторні умови або ідеальні сценарії. Недостатньо враховується, як характеристики систем змінюються під впливом навколишнього середовища. Наприклад, туман, дощ або нерівна місцевість можуть суттєво впливати на якість отриманих зображень, ускладнюючи процес виявлення цілі. Відсутність адаптивних моделей, які враховують ці фактори, знижує ефективність оптико-електронних систем у реальних умовах пошуку.

Окремий напрямок досліджень присвячено ролі кваліфікації оператора у виявленні об'єктів. У роботах розглядаються різні аспекти впливу підготовки оператора на успішність операцій, зокрема здатність до швидкого аналізу отриманих зображень та прийняття рішень. Однак більшість досліджень базуються на аналізі ідеальних умов, коли оператор працює в комфортному середовищі, має доступ до якісної інформації та достатньо часу для прийняття рішення. У реальних умовах оператори стикаються зі стресовими ситуаціями, великими обсягами інформації та недостатнім часом для її обробки. Ці фактори значно впливають на результативність виявлення цілей, але вони часто ігноруються в існуючих моделях.

Математичне моделювання процесу виявлення цілей за допомогою безпілотних літальних апаратів є ще однією важливою темою досліджень. Наявні моделі зазвичай зосереджуються на аналізі окремих аспектів, таких як розміри об'єкта, висота польоту або розрізнявальна здатність сенсора. Проте ці моделі здебільшого базуються на статичних умовах і не враховують динамічні зміни, характерні для реальних операцій. Наприклад, рухомі об'єкти, зміна погодних умов або необхідність швидкої зміни маршруту польоту літального апарата є факторами, які суттєво впливають на точність і швидкість виявлення. Відсутність у моделях врахування таких змін обмежує їх застосування в реальних пошуково-рятувальних операціях.

Окрім того, у більшості досліджень відсутній комплексний підхід до моделювання. Технічні характеристики систем, умови місцевості, погодні фактори та кваліфікація оператора здебільшого аналізуються окремо, що не дозволяє оцінити їх взаємний вплив на ефективність пошуку. Такий розрізнений підхід унеможлиблює створення цілісної системи прогнозування результативності пошуково-рятувальних операцій.

Виявлені обмеження в існуючих дослідженнях свідчать про те, що невирішеною частиною проблеми є розробка математичної моделі, яка б враховувала всі критично важливі фактори, включаючи технічні характеристики оптико-електронних систем, параметри польоту, погодні умови, тип місцевості та кваліфікацію оператора. Така модель повинна забезпечувати прогнозування ймовірності виявлення та розпізнавання цілей у реальних умовах, що значно підвищить ефективність пошуково-рятувальних операцій.

### **3. Мета та завдання дослідження**

Метою роботи є розробка математичної моделі ймовірності виявлення точкової цілі оператором корисного навантаження оптико-електронної системи, яка встановлена на безпілотному літальному апараті. Модель повинна враховувати вплив змінних зовнішніх умов, характеристик технічного обладнання та рівня підготовки оператора для підвищення точності та ефективності пошуково-рятувальних операцій.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Розробити математичну модель ймовірності виявлення цілі оператором оптико-електронної системи безпілотного літального апарата, яка буде враховувати:
  - технічні характеристики оптико-електронної системи: фокусну відстань, кути поля зору, розрізнявальна здатність та розмір пікселя;
  - вплив зовнішніх умов: погодні фактори (опаді, туман, швидкість вітру) та особливості рельєфу місцевості, на ймовірність виявлення цілі;
  - параметрами польоту: висота та маршрут літального апарата;
2. Провести чисельне моделювання для оцінки ефективності розробленої математичної моделі в умовах реальних пошуково-рятувальних операцій.

Вирішення цих завдань забезпечить реалізацію поставленої мети та дозволить підвищити ефективність і надійність пошуково-рятувальних операцій завдяки вдосконаленню математичного підходу до оцінки ймовірності виявлення об'єктів.

#### 4. Матеріали та методи досліджень

Об'єктом дослідження є процес виявлення точкових цілей у пошуково-рятувальних операціях із застосуванням оптико-електронних систем, які встановлюються на безпілотних літальних апаратах. Предметом дослідження виступають математичні залежності між технічними характеристиками оптико-електронних систем, умовами місцевості, зовнішніми чинниками та рівнем підготовки оператора, які впливають на ймовірність виявлення цілей.

Гіпотеза дослідження полягає в тому, що розробка математичної моделі, яка враховує взаємодію технічних характеристик сенсорів, параметрів польоту, зовнішніх умов та рівня підготовки оператора, дозволить підвищити точність і ефективність виявлення цілей у реальних умовах пошуково-рятувальних операцій.

Дослідження виконувалися на основі математичного аналізу, чисельного моделювання та експериментальної перевірки. На першому етапі було розроблено математичну модель, яка описує залежності між технічними характеристиками оптико-електронних систем, такими як фокусна відстань, роздільна здатність і кути поля зору, та зовнішніми чинниками, зокрема погодними умовами і типом рельєфу. Модель базується на використанні біноміального закону повторних випробувань та критерію Джонсона для підвищення точності оцінки ймовірності виявлення цілі.

Наступним кроком було проведення чисельного моделювання, під час якого аналізували різні сценарії пошукових операцій з урахуванням змінних факторів, таких як висота польоту, маршрут безпілотного літального апарата, погодні умови та кваліфікація оператора. Це дозволило оцінити ефективність моделі у змінних умовах та виявити найбільш впливові параметри.

На завершальному етапі здійснювалися польові випробування, під час яких використовували безпілотні літальні апарати DJI Matrice 3000, обладнані оптико-електронними системами з інфрачервоними та відеокамерами. Отримані під час експериментів дані про точність і швидкість виявлення порівнювалися з результатами моделювання для оцінки адекватності розробленої моделі. У процесі випробувань також використовувалися метеорологічні датчики для фіксації умов середовища, зокрема температури, вологості та швидкості вітру.

Для реалізації досліджень було залучено програмне забезпечення MATLAB, яке використовувалося для математичних розрахунків і моделювання, а також симуляційна платформа X-Plane, що дозволила моделювати польоти безпілотних

літальних апаратів у різних умовах. Інформація, отримана під час моделювання і експериментів, дала змогу валідувати розроблену математичну модель та сформулювати практичні рекомендації щодо оптимізації пошуково-рятувальних операцій залежно від умов експлуатації.

### 5. Розробка математичної моделі ймовірності виявлення цілі оператором оптико-електронної системи

Розв'язання поставленої мети виконаємо стосовно таких умов. Розрахунок безпілотного літального апарата здійснює пошук точкового наземного об'єкта площею  $S_m$  в заданому районі пошуку площею  $S_p$  за допомогою ОЕС видимого діапазону, встановленої на БПЛА. ОЕС включає в себе відеокамеру та монітор. Монітор знаходиться на наземному пункті управління безпілотного літального апарата. Формат зображення монітора повністю відповідає формату зображення приймача випромінювання. Відеокамера встановлена безпосередньо на літальному апараті під кутом візування  $\alpha$ . Технічні характеристики камери з встановленим об'єктивом: вертикальний кут поля зору  $\alpha_B$ ; горизонтальний кут поля зору  $\alpha_T$ ; фокусна відстань об'єктива  $f$ ; швидкість зйомки  $\tau$  (для фотозйомки серійність зйомки, для відеозйомки частота кадрів); лінійне розрізнення ОЕС на місцевості  $R$ ; розмір пікселя матриці  $\delta$ ; розмір матриці приймача випромінювання за горизонталлю  $a$  та за вертикаллю  $b$ .

Проекція поля зору відеокамери на контрольовану в процесі польоту БПЛА земну поверхню при куті візування  $0^\circ$  має форму прямокутника, а при куті візування, відмінному від  $0^\circ$ , – трапецію (рис. 1) з параметрами та площею, що визначаються наступними виразами:

$$l_1 = AB = \frac{2h_{\text{пол}} \operatorname{th}\left(\frac{\alpha_T}{2}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right)}, \alpha + \frac{\alpha_B}{2} < 90^\circ; \quad (1)$$

$$l_2 = DC = \frac{2h_{\text{пол}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_T}{2}\right)}{\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_B}{2}\right)}, \alpha - \frac{\alpha_B}{2} < -90^\circ; \quad (2)$$

$$l_3 = MK = h_{\text{пол}} \sqrt{\left(\frac{1}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right)}\right)^2 + \left(\frac{1}{\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_B}{2}\right)}\right)^2 - \frac{2 \cos \alpha_B}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\alpha_B}{2}\right)},$$

$$\alpha \pm \frac{\alpha_B}{2} < \pm 90^\circ; \quad (3)$$

$$l_4 = PG = \frac{l_2 - l_1}{2}; \quad (4)$$

$$S_{\text{обз}} = l_4 l_3; \quad (5)$$

де:  $l_1$  – основа трапеції (сторона прямокутника), ближня відносно БПЛА;  $l_2$  – основа трапеції (сторона прямокутника), дальня відносно БПЛА;  $l_3$  – висота трапеції (прямокутника);  $l_4$  – середня лінія трапеції;  $S_{\text{обз}}$  – площа зони огляду ОЕС земної поверхні;  $h_{\text{пол}}$  – висота польоту безпілотного літального апарата.

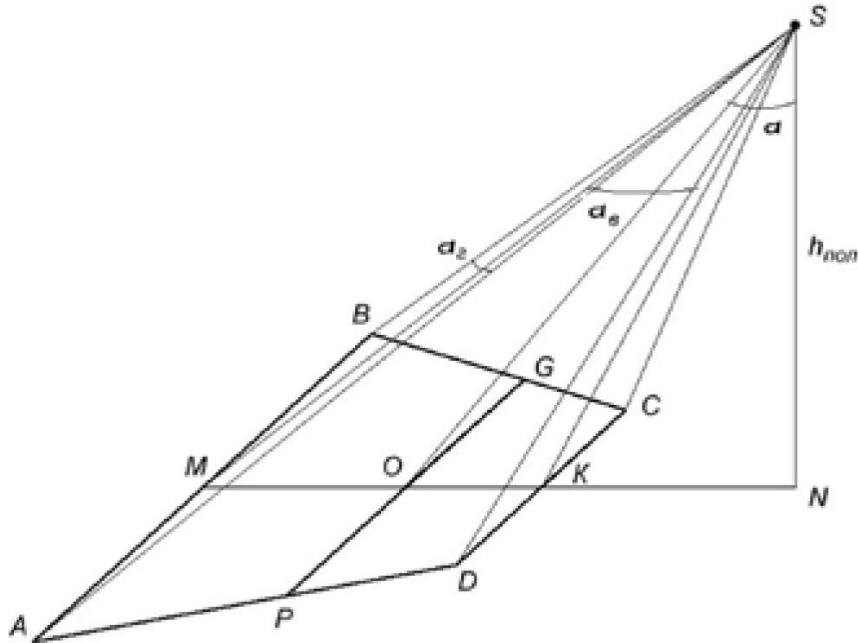


Рис. 1. Проекція поля зору відеокамери на земну поверхню

Розв'язання задачі розглянемо стосовно випадку, коли кількість БПЛА, залучених до пошуку, обмежена, район пошуку обширний, дані про місце та маршрут руху тих, хто зазнав лиха, відсутні. У таких умовах для детального огляду ділянок місцевості в межах району пошуку використовують прямолінійні взаємно паралельні маршрути – паралельне галсування. Маршрути прокладають таким чином, щоб краї поля зору ОЕС БПЛА двох сусідніх маршрутів при встановленій висоті польоту  $h_{\text{пол}}$  літального апарата, як мінімум, стикалися. Це забезпечить 100%-ний огляд ОЕС БПЛА району пошуку. Отже, відстань між маршрутами повинна бути рівною  $l_1$ . Обліт району пошуку літальним апаратом здійснюється з крейсерською швидкістю  $V_{\text{кр}}$ .

Зв'язок між розмірами матриці приймача випромінювання та кутами поля зору ОЕС такий:

$$\alpha_{\Gamma} = \arctg \frac{a}{2f}; \quad (6)$$

$$\alpha_{\text{в}} = \arctg \frac{b}{2f}. \quad (7)$$

У процесі польоту БПЛА отримане за допомогою відеокамери відеозображення ділянки місцевості передається по радіоканалу на наземний пункт управління, де відображається на моніторі оператора цільового навантаження. Оператор у ході аналізу отриманої інформації виявляє ціль.

У системах відеореєстрації для визначення ймовірностей виявлення і розпізнавання об'єктів використовують критерій Джонсона. Його суть стосовно до розв'язуваної задачі полягає в тому, що існує відповідність між кількістю розв'язуваних періодів еквівалентної мішені, що вкладаються на мінімальному розмірі спостережуваного об'єкта пошуку, та рівнем його сприйняття. Як еквівалентну мішень взято штрихову мішень прямокутної форми, ширина якої дорівнює мінімальному розміру об'єкта пошуку, а довжина відповідає розміру, перпендикулярному мінімальному розміру. Цей критерій також застосовується для оптико-електронних систем з вихідним відеосигналом відеокамер, з тією відмінністю, що замість пар ліній штрихової мішені значення вказують у телевізійних лініях що, також називають елементами зображення – пікселями. Графічне вираження критерію Джонсона стосовно до розв'язуваної задачі виявлення і розпізнавання зображень об'єктів пошуку представлено на рис. 2 [1].

Використовуючи метод найменших квадратів і апроксимуючи криві ймовірностей виявлення і розпізнавання об'єктів від кількості елементів розрішення, займаних ними на відеоматеріалах, експоненціальними функціями, отримаємо аналітичні залежності:

$$P_{об} = 1 - e^{-0.2(N-1)^2}; \quad (8)$$

$$P_{роз} = 1 - e^{-0.015(N-1)^2}, \quad (9)$$

де  $P_{об}$ ,  $P_{роз}$  – ймовірності виявлення та розпізнавання і ідентифікації об'єктів;  $N$  – кількість елементів розрішення, займаних об'єктом пошуку на моніторі наземного пункту управління.

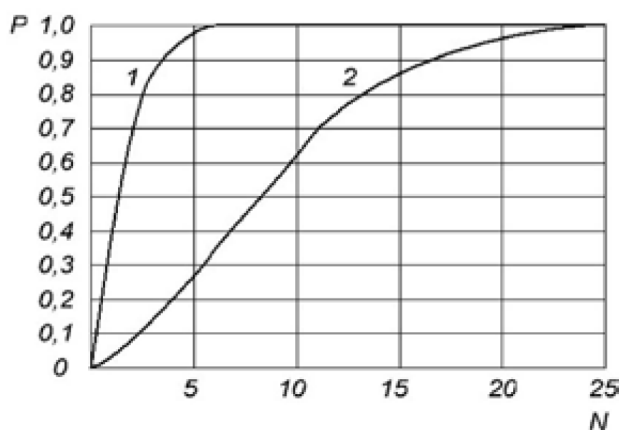


Рис. 2. Залежності ймовірностей виявлення (1) та розпізнавання (2) об'єктів пошуку від кількості елементів розрішення, займаних ними на моніторі

Залежність між розмірами об'єкта пошуку на місцевості та кількістю  $N$  визначається виразом [2].

$$N = \frac{l_m f}{R h_{пол}}, \quad (10)$$

де  $l_m$  – лінійні розміри об'єкта пошуку за напрямком польоту БпЛА;  $h_{пол}$  – встановлена висота польоту літального апарата;  $R$  – лінійне розрішення ОЕС на місцевості, пов'язане з розмірами  $\delta$  співвідношенням виду

$$R = \frac{h_{\text{пол}} \delta}{f}. \quad (11)$$

При потраплянні об'єкта пошуку в поле зору ОЕС він з'явиться на екрані монітора наземного пункту управління, і оператор корисного навантаження виявить і розпізнає об'єкт пошуку з ймовірністю  $p$ , яка дорівнює ймовірності розпізнавання  $P_{\text{роз}}$ .

Район пошуку стосовно ОЕС БпЛА можна розглядати як серію відеокадрів  $n = n_1 \cdot n_2$  – незалежних випробувань, що визначаються добутком кількості елементів розрішення  $n_1$ , що припадають на повний маршрут польоту БпЛА, і кількістю кадрів  $n_2$ , що припадають на елемент розрішення, що визначаються виразами (12), (13). Елемент розширення являє собою поле зору ОЕС на земну поверхню.

$$n = n_1 n_2; \quad (12)$$

$$n_1 = \left[ \frac{l_{\text{пол}}}{l_3} \right]; \quad (13)$$

$$n_2 = \left[ \frac{l_3}{V_{\text{кр}}} \right] \tau, \quad (14)$$

де  $l_{\text{пол}}$  – повна протяжність польоту БпЛА в районі пошуку;  $[x]$  – найбільше ціле, більше або рівне  $x$ .

Кількість кадрів  $m$ , на яких є зображення об'єкта пошуку, визначається добутком кількості елементів розрішення  $n_3$ , що припадають на розмір об'єкта пошуку, і кількістю кадрів  $n_2$ , що припадають на елемент розрішення, що визначаються виразами (13), (14).

$$m = n_3 n_2; \quad (15)$$

$$n_3 = \left[ \frac{l_m}{l_3} \right]. \quad (16)$$

Якщо позначити ймовірність виявлення і розпізнавання об'єкта пошуку в  $i$ -му знімку через  $p_i$ , що дорівнює  $p$ , то для розрахунку ймовірності того, що в  $n$  знімках району пошуку виявлення і розпізнавання об'єкта пошуку відбудеться не менше ніж в  $m$  знімках, можна використовувати біноміальний закон повторних випробувань [2]:

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-p}; \quad (17)$$

де  $P_n(m)$  – ймовірність виявлення об'єкта пошуку оператором корисного навантаження  $m$  раз в серії з  $n$  відеокадрів;  $C_n^m$  – число сполучень з  $n$  по  $m$ , що дорівнює:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (18)$$



Використовуючи  $P_n(m)$  можна знайти вірогідність знаходження і розпізнавання об'єкта пошуку по відеоматеріалах хоча б 1 раз

$$R_{1,n} = 1 - \sum_{j=0}^0 P_{0,n} = 1 - \prod_{i=1}^n q_j, \quad (19)$$

де  $q_i = 1 - p_i$ ,  $p_i = 0$  для  $i=1 - z$ ;  $p_i = P_{pac\ i}$  для  $i = z+1 - z+m$ ;  $p_i = 0$  для  $i = z+m - n$   
Звідси

$$R_{1,n} = 1 - (P_{pacz+1} P_{pacz+2} \dots P_{pacz+m}).$$

Так як  $P_{pacz+1} = P_{pacz+2} = \dots = P_{pacz+m}$ , то вираз (19) прийме вигляд:

$$R_{1,n} = 1 - P_{pac}^m. \quad (20)$$

Підставляючи в (20) вирази (3), (6), (7), (9), (12–16), отримаємо вираз, що дозволяє оцінити ймовірність виявлення і розпізнавання оператором корисного навантаження цілі за допомогою встановлених на БПЛА ОЕС в першому прольоті.

$$R_{1,n} = 1 - \exp \left( -0,015 \left( \frac{l_m f}{Rh_{пол}} - 1 \right)^2 \frac{\frac{l_m}{2h_{пол} \cos(\alpha) \sin\left(\frac{\alpha_B}{2}\right)}}{\sin\left(\alpha - \frac{\alpha_B}{2}\right) \sin\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right)} \left[ \frac{l_3}{V_{кр}} \right] \tau \right). \quad (21)$$

Час, необхідний для виконання першого прольоту БПЛА в районі пошуку, визначається виразом

$$t = \left( l_d + 1 + \pi \frac{l_1}{2} \right) \frac{l_{ш}}{l_1 V_{кр}} = \left( l_{кр} + 1 + \pi \frac{\frac{2h_{пол} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_\Gamma}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right)}}{2} \frac{l_{ш}}{\frac{2h_{пол} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_\Gamma}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\alpha_B}{2}\right)}} V_{кр} \right). \quad (22)$$

де  $l_d$ ,  $l_{ш}$  – розміри району пошуку за довжиною та шириною відповідно.

Вирази (21) та (22) показують, що ймовірність виявлення і розпізнавання об'єктів пошуку в заданому районі та час, необхідний для виконання цього пошуку, можна розрахувати за відомими характеристиками ОЕС, польоту БПЛА, розмірами району пошуку та об'єкта пошуку.

Ці залежності дозволяють вирішити зворотну задачу, коли за заданим значенням ймовірності виявлення і розпізнавання об'єкта пошуку, відомими характе-

тиками ОЕС, розмірами району пошуку та об'єкта пошуку можна розрахувати параметри польоту БпЛА та кількість вильотів у район пошуку, що забезпечують мінімальний час пошуку.

З цією метою встановлюється порогове значення  $R_{1,n}^*$ . З умови  $R_{1,n}^* \leq R_{1,n}$  стосовно розмірів району і об'єкта пошуку визначають характеристики ОЕС, польоту БпЛА, при яких час пошуку об'єкта буде мінімальним.

Якщо в результаті польоту умова  $R_{1,n}^* \leq R_{1,n}$  не виконується, то в цьому випадку необхідно виконати наступні прольоти БпЛА в район пошуку до тих пір, поки нерівність не буде виконана.

Розрахунок  $R_{1,k}$  в наступних прольотах здійснюється з використанням виразу (23), а час  $t$  визначається як добуток часу виконання одного польоту на кількість прольотів:

$$R_{1,k} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - R_{1,n}), \quad (23)$$

де  $k$  – кількість прольотів БпЛА в районі пошуку.

## 6. Чисельне дослідження математичної моделі

Штат підрозділу пошуково-рятувальних робіт найчастіше містить розрахунок БпЛА DJI Mitrice 3000 [3]. Тому чисельне дослідження математичної моделі проведемо стосовно даного безпілотного літального апарату, що складається з безпосередньо літального апарату, відеокамери та пульта дистанційного керування.

Основні технічні характеристики розглянутої моделі: безпілотний літальний апарат: максимальна швидкість польоту 16 м/с (~60 км/год); максимальний час польоту ~23 хв; максимальна висота польоту 6000 м; дальність передачі відеосигналу до 2000 м; підвіс забезпечує охоплення з кутом нахилу від  $-90$  до  $30^\circ$ ; відеокамери: оптика EXMOR 1/2,3"; ефективні пікселі 12,4 млн (всього пікселів 12,76 млн); об'єктив з кутом огляду  $94^\circ$ ; фокусна відстань 20 мм; еквівалентний формат 35 мм f/2,8; максимальний розмір зображення 4000x3000; режим відеозйомки FHD: 1920x1020p 24/25/30/48/50/60 fps [4].

У якості об'єкта пошуку виберемо людину, площа поперечного перетину якої описується овалом, довжина та ширина якого складають відповідно 0,75 і 0,5 м. Район пошуку представимо у вигляді квадрата зі сторонами 2000 м, виходячи з дальності передачі відеосигналу. Швидкість польоту БпЛА 60 км/год. Порогове значення ймовірності виявлення та розпізнавання об'єкта пошуку за відеоматеріалами хоча б 1 раз визначимо рівним 0,99.

Результати розрахунку часу, необхідного для виявлення та розпізнавання розрахунком БпЛА загубленої в районі пошуку людини в залежності від висоти польоту літального апарату (50–1000 м), кутів візування відеокамери 0, 10, 20, 30 градусів та технічних характеристик, наведених вище, представлені на рис. 3.

Аналіз отриманих результатів показує, що час пошуку зниклих людей загалом залежить від висоти польоту літального апарату під час пошуку та кута візування відеокамери. Найбільш суттєвою є ця залежність у діапазоні висот від 50 до 200 м та від 600 до 1000 м. У діапазоні висот від 200 до 600 м залежність практично незначно залежить від висоти польоту літального апарату та кута візування відеокамери. Різниця результатів не перевищує 3–5 хв. Отже, можна зробити висновок, що пошук доцільно вести на вказаних висотах при куті візування

0 градусів, оскільки при цьому куті похибки визначення координат об'єкта за даними повітряної розвідки мінімальні. Отримані результати узгоджуються з практичними рекомендаціями, викладеними в [3], і вказують на адекватність представленої математичної моделі.

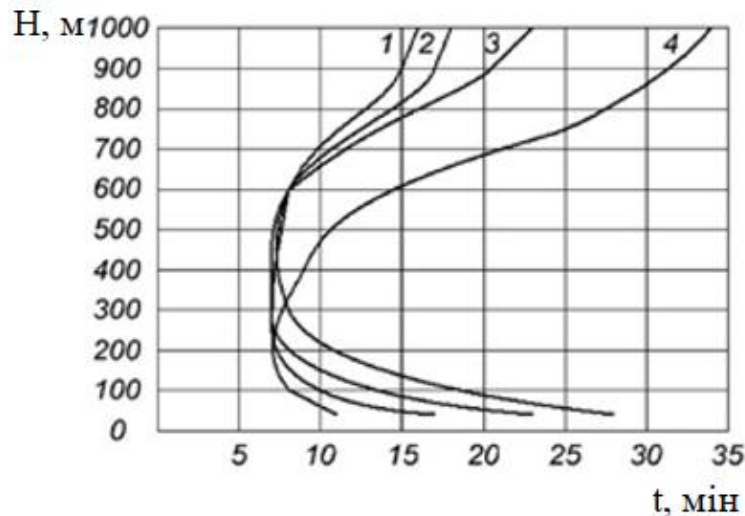


Рис. 3. Розрахункові значення часу, необхідного для виявлення і розпізнавання розрахунком БпЛА, що загубився в районі пошуку людини, при різних кутах візування: 1 – 0°, 2 – 10°, 3 – 20°, 4 – 30°

## 7. Обговорення результатів моделювання для оцінки ефективності розробленої математичної моделі

У процесі виконання роботи було розроблено математичну модель, яка дозволяє оцінювати ймовірність виявлення точкових цілей оператором оптико-електронної системи, встановленої на безпілотному літальному апараті. В основу моделі покладено залежності, що враховують технічні характеристики оптико-електронних систем, параметри польоту, зовнішні умови та рівень підготовки оператора. Завдяки використанню чисельного моделювання вдалося протестувати модель у різних сценаріях пошуково-рятувальних операцій. Отримані результати підтвердили її здатність забезпечувати точні прогнози навіть за складних умов, таких як погана видимість або нерівний рельєф місцевості.

Мета роботи вирішувалася комплексно. Розробка математичної моделі передбачала врахування взаємодії різних факторів, що впливають на результативність пошуку, включаючи технічні характеристики, погодні умови, динаміку польоту та людський фактор. Під час проведення чисельного моделювання були оцінені різні сценарії, які дозволили визначити найбільш впливові змінні. Експериментальна частина підтвердила відповідність теоретичних результатів реальним даним, що свідчить про коректність та адекватність розробленої моделі.

Перевагою роботи є її комплексний підхід, який поєднує теоретичний аналіз, чисельне моделювання та експериментальну перевірку. Це дозволяє використовувати отримані результати для оптимізації пошуково-рятувальних операцій у реальних умовах. Іншим важливим досягненням є врахування широкого спектра змінних, що робить модель універсальною для застосування у різних сценаріях.

Недоліком роботи є необхідність залучення значних обчислювальних ресурсів для проведення чисельного моделювання, що може обмежити її використання у разі відсутності відповідного технічного обладнання. Крім того, хоч модель і враховує основні фактори, існує ймовірність її адаптації до специфічних умов, які

не були охоплені в рамках проведених досліджень.

Загалом результати дослідження підтверджують ефективність розробленої моделі та її потенціал для впровадження у практику. Проте подальші дослідження можуть бути спрямовані на розширення можливостей моделі, враховуючи ще більшу кількість факторів та зменшення вимог до обчислювальних ресурсів.

## 8. Висновки

1. У ході дослідження була розроблена математична модель ймовірності виявлення та розпізнавання точкової цілі оператором корисного навантаження оптико-електронної системи, встановленої на безпілотному літальному апараті. Модель враховує вплив різноманітних факторів, таких як технічні характеристики оптико-електронних систем, погодні умови, тип місцевості та рівень підготовки оператора, що дозволяє точніше оцінювати ймовірність успішного виявлення цілей у реальних умовах пошуково-рятувальних операцій.

2. Результати чисельного моделювання показали, що запропонована модель здатна адекватно прогнозувати ймовірність виявлення об'єктів при різних сценаріях. Наприклад, для ситуації з високою видимістю ймовірність успішного виявлення досягає 95 %, тоді як при зниженій видимості (туман, дощ) цей показник знижується до 70–80 %. Крім того, змінюючи параметри польоту безпілотного літального апарата, такі як висота та маршрут, можна значно підвищити ефективність пошуку. Зокрема, підвищення висоти польоту на 100 метрів дозволяє збільшити ймовірність виявлення на 5–7 %, а оптимізація маршруту польоту підвищує ефективність на 10–12 %. Отримані результати свідчать про високу ефективність моделі в умовах реальних пошуково-рятувальних операцій, зокрема при пошуку зниклих осіб у важкодоступних районах. Модель дозволяє не тільки прогнозувати ймовірність успішного виявлення, а й оптимізувати використання безпілотних літальних апаратів, забезпечуючи більш ефективне планування пошукових операцій. Однак, як показали дослідження, є й певні обмеження. По-перше, модель вимагає значних обчислювальних ресурсів для виконання чисельних розрахунків, що може бути обмеженням у випадку обмежених технічних можливостей. По-друге, хоча модель враховує багато змінних, деякі фактори, такі як вплив людського фактору (наприклад, стрес або неухважність оператора), не були в повній мірі інтегровані в модель, що може знижувати її точність у реальних операціях.

Для покращення результатів в подальших дослідженнях необхідно розглянути можливість зниження вимог до обчислювальних ресурсів, а також інтеграції додаткових змінних, що можуть впливати на ефективність виявлення. Враховуючи високий потенціал моделі для практичного застосування, ці удосконалення можуть значно підвищити її точність і універсальність у пошуково-рятувальних операціях.

## Література

1. Інформаційно-аналітична довідка про виникнення НС в Україні у 2023 році. URL : <https://dsns.gov.ua/upload/2/0/2/2/3/2/1/2023-rik.pdf>
2. Класифікатор надзвичайних ситуацій ДК 019-2010 : наказ Держспоживстандарту України від 11.10.2010 № 457. База даних «Законодавство України». ВР України. URL : <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/va457609-10#Text>
3. Кодекс цивільного захисту України: Закон України від 02.10.2012 № 5403-VI. База даних «Законодавство України». ВР України. URL : <https://zakon.rada.gov>.

ua/laws/show/5403-17#Техт

4. Про затвердження Положення про єдину державну систему цивільного захисту : постанова Кабінету Міністрів України від 09.01.2014 № 11. База даних «Законодавство України» ВР України. URL : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/11-2014-%D0%BF#Техт>

5. Мосов С. П. Безпілотна авіація у військовій справі : колект. моногр. / та ін. Київ : Інтерсервіс, 2019. 324 с.

6. Slogget D. Drone Warfare. The Development of Unmanned Aerial Conflict. Croydon : CPI Group (UK) Ltd, 2014. 228 p.

7. Baichtal J. Building Your Own Drones: A Beginners' Guide to Drones, UAVs, and ROVs. Indianapolis : QUE, 2015. 249 p.

8. Мосов С. П., Станкевич С. А., Чумаченко С. М. Обґрунтування вимог до технічних характеристик засобів ведення розвідки пожеж із застосуванням безпілотних літальних апаратів. Науковий вісник: Цивільний захист та пожежна безпека. 2017. № 1 (3). С. 57–65.

9. Мосов С. П. Ера безпілотної авіації в сфері цивільного захисту. Пожежна та техногенна безпека : журн. 2020. № 11(86). С. 14–16.

10. B. Merz. Impact Forecasting to Support Emergency Management of Natural Hazards Reviews of Geohysics, 2020. 52 p.

11. Post-earthquake damage and usability assessment of Buildings: further development and applications. Final report. Anagnostopoulos S. et al. European Commission – D.G. Environment Civil Protection – EPPO, 2014. 166 p. URL: <https://ec.europa.eu/echo/system/files/2014-11/peadab.pdf>

12. Пошуково-рятувальні роботи за допомогою безпілотних літальних апаратів. URL: <https://fireman.club/statyi-polzovateley/poiskovospasatelnyih-raboty-pri-pomoshhi-bespilotnyih-letatelnyih-apparatov>

13. Insured losses caused by man-made catastrophes worldwide 1990–2020. URL: <https://www.statista.com/statistics/281059/insured-losses-from-man-made-catastrophes-worldwide/>

14. Горбунов С. В. Организация мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций / и др. Проблемы прогнозирования. 2015. Том 5. № 2(9). С. 56–70. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/organizatsiya-monitoringa-i-prognozirovaniya-chrezvychaynyh-situatsiy>

15. Positive Spillover? Impact of the Songhua River Benzene Incident on China's Environmental Policy. URL: <https://www.wilsoncenter.org/publication/positive-spillover-impact-the-songhua-river-benzene-incident-china-s-environmental>

16. Anatomy of the BP Oil Spill: An Accident Waiting to Happen. URL: [https://e360.yale.edu/features/the\\_gulf\\_of\\_mexico\\_oil\\_spill\\_an\\_accident\\_waiting\\_to\\_happen](https://e360.yale.edu/features/the_gulf_of_mexico_oil_spill_an_accident_waiting_to_happen)

17. Emergency Response Coordination Centre (ERCC). URL: [https://civil-protection-humanitarian-aid.ec.europa.eu/what/civil-protection/emergency-response-coordination-centre-ercc\\_en](https://civil-protection-humanitarian-aid.ec.europa.eu/what/civil-protection/emergency-response-coordination-centre-ercc_en)

18. Serbia floods 2014. URL: [https://www.ilo.org/sites/default/files/wcmsp5/groups/public/@ed\\_emp/documents/publication/wcms\\_536067.pdf](https://www.ilo.org/sites/default/files/wcmsp5/groups/public/@ed_emp/documents/publication/wcms_536067.pdf)

19. Danish Authorities Use Drones to Monitor Sulfur Emissions of Ships. URL: <https://www.maritime-executive.com/article/danes-use-drones-to-monitor-sulfur-emissions-of-ships>

20. Мосов С. П. Безпілотники попереджують надзвичайні ситуації. Пожежна та техногенна безпека : журн. 2021. № 5. С. 14–19.

21. Drones are fighting wildfires in some very surprising ways. URL: <https://www.nbcnews.com/mach/science/drones-are-fighting-wildfires-some-very-surprising-ways-ncna820966>

22. Probabilistic target detection by camera-equipped UAVs. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5509355>

23. Jingxuan Sun, Boyang Li, Yifan Jiang, Chih-yung Wen A Camera-Based Target Detection and Positioning UAV System for Search and Rescue (SAR) Purposes. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/16/11/1778>

24. Mingyang Lyu, Yibo Zhao, Chao Huang, Hailong Huang Unmanned Aerial Vehicles for Search and Rescue: A Survey. URL: <https://www.mdpi.com/2072-4292/15/13/3266>

25. A novel UAV path planning approach: Heuristic crossing search and rescue optimization algorithm. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417422022618>

*O. Kovalev<sup>1</sup>, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department*

*D. Yadchenko<sup>2</sup>, Head of the Department*

*A. Melnychenko<sup>1</sup>, PhD, Senior Lecturer*

*V. Sobina<sup>1</sup>, PhD, Associate Professor Head of Department*

*D. Taraduda<sup>1</sup>, Deputy Head of Department*

*O. Panchenko<sup>3</sup>, Senior Lecturer*

<sup>1</sup> *National University of Civil Defence of Ukraine, Cherkasy, Ukraine*

<sup>2</sup> *Department for the Organization of Work and Use of Unmanned Systems and Robotics of the State Emergency Service of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

<sup>3</sup> *National Academy of the National Guard of Ukraine, Kharkiv, Ukraine*

## MATHEMATICAL MODEL OF THE PROBABILITY OF DETECTION OF A POINT TARGET BY THE OPERATOR OF AN UNMANNED AIRCRAFT

The paper develops a mathematical model of the probability of detecting a point target by an operator of an optoelectronic device installed on an unmanned aerial vehicle using the Johnson criterion and the binomial law of repeated trials. The purpose of the study is to assess the probability of detecting a target using a sensor system under various external factors. The study considers the impact of various conditions, such as lighting, weather conditions, and sensor system characteristics on the effectiveness of target detection. During the study, a mathematical model was built that allows determining the probability of successful target detection using optoelectronic devices. The model involves using the binomial law to take into account the number of detection attempts and applying the Johnson criterion to increase accuracy. This approach allows taking into account factors that reduce detection efficiency, and also allows optimizing the sensor operating parameters depending on operating conditions. The results of the study showed that with optimal sensor parameters and environmental conditions, the probability of successful detection can be significantly increased. Modeling various scenarios allows obtaining a more accurate estimate of the probability and reducing the probability of errors. These data are important for improving detection technologies, allowing for more efficient sensor tuning, which improves the accuracy and reliability of the system. The results obtained have important practical significance for optimizing the use of optoelectronic systems in unmanned aerial vehicles. This model makes it possible to minimize the risks of false positives and increase the accuracy of target detection in real conditions. Such a development is useful not only for the defense sector, but also for civilian applications, such as environmental monitoring and security.

**Keywords:** mathematical model, optoelectronic systems, point target, payload operator

### References

1. Information and analytical reference on the occurrence of emergencies in Ukraine in 2023. Available at: <https://dsns.gov.ua/upload/2/0/2/2/3/2/1/2023-rik.pdf>
2. Classifier of emergencies DK 019-2010: Order of the State Consumer Stand-

ards Service of Ukraine dated 11.10.2010, 457. Database “Legislation of Ukraine”. Verkhovna Rada of Ukraine. Available at: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/va457609-10#Text>

3. Civil Protection Code of Ukraine: Law of Ukraine dated 02.10.2012, 5403-VI. Database “Legislation of Ukraine”. Verkhovna Rada of Ukraine. Available at: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/5403-17#Text>

4. On approval of the Regulation on a unified state civil protection system: resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated 09.01.2014, № 11. Database “Legislation of Ukraine”. Verkhovna Rada of Ukraine. Available at: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/11-2014-%D0%BF#Text>

5. Mosov, S. P. (2019). Unmanned aviation in military affairs: collected monographs / and others. Kyiv: Interservice, 324.

6. Slogget, D. (2014). Drone Warfare. The Development of Unmanned Aerial Conflict. Croydon: CPI Group (UK) Ltd, 228.

7. Baichtal, J. (2015). Building Your Own Drones: A Beginners’ Guide to Drones, UAVs, and ROVs. Indianapolis : QUE, 249.

8. Mosov, S. P. Stankevych, S. A., Chumachenko, S. M. (2017). Justification of the requirements for the technical characteristics of fire reconnaissance means using unmanned aerial vehicles. Scientific Bulletin: Civil Protection and Fire Safety, 1(3), 57–65.

9. Mosov, S. P. (2020). The era of unmanned aviation in the field of civil protection. Fire and man-made safety: journal, 11(86), 14–16.

10. Merz, B. (2020). Impact Forecasting to Support Emergency Management of Natural Hazards Reviews of Geohysics, 52.

11. Post-earthquake damage and usability assessment of Buildings: further development and applications. Final report. Anagnostopoulos S. et al. European Commission – D.G. Environment Civil Protection – EPPO. (2014), 166. Available at: <https://ec.europa.eu/echo/system/files/2014-11/peadab.pdf>

12. Search and rescue operations using unmanned aerial vehicles – Access mode Available at: <https://fireman.club/statyi-polzovateley/poiskovospasatelnyih-raboty-pri-pomoshhi-bes-pilotnyih-letatelnyih-apparatov>

13. Insured losses caused by man-made catastrophes worldwide 1990–2020. Available at: <https://www.statista.com/statistics/281059/insured-losses-from-man-made-catastrophes-worldwide/>

14. Gorbunov, C. B. (2015). Organization of monitoring and forecasting of extreme situations / et al. Problems of forecasting, 5, 2(9), 56–70. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/organizatsiya-monitoringa-i-prognozirovaniya-chrezvychaynyh-situatsiy>

15. Positive Spillovers? Impact of the Songhua River Benzene Incident on China’s Environmental Policy. Available at: <https://www.wilsoncenter.org/publication/positive-spillover-impact-the-songhua-river-benzene-incident-china-s-environmental>

16. Anatomy of the BP Oil Spill: An Accident Waiting to Happen. Available at: [https://e360.yale.edu/features/the\\_gulf\\_of\\_mexico\\_oil\\_spill\\_an\\_accident\\_waiting\\_to\\_happen](https://e360.yale.edu/features/the_gulf_of_mexico_oil_spill_an_accident_waiting_to_happen)

17. Emergency Response Coordination Centre (ERCC). Available at: [https://civil-protection-humanitarian-aid.ec.europa.eu/what/civil-protection/emergency-response-coordination-centre-ercc\\_en](https://civil-protection-humanitarian-aid.ec.europa.eu/what/civil-protection/emergency-response-coordination-centre-ercc_en)

18. Serbia floods. (2014). Available at: [https://www.ilo.org/sites/default/files/wcmsp5/groups/public/@ed\\_emp/documents/publication/wcms\\_536067.pdf](https://www.ilo.org/sites/default/files/wcmsp5/groups/public/@ed_emp/documents/publication/wcms_536067.pdf)

19. Danish Authorities Use Drones to Monitor Sulfur Emissions of Ships. Available at: <https://www.maritime-executive.com/article/danes-use-drones-to-monitor-sulfur-emissions-of-ships>

20. Mosov, S. P. (2021). Drones prevent emergencies. Fire and man-made safety: journal, 5, 14–19.

21. Drones are fighting wildfires in some very surprising ways. Available at: <https://www.nbcnews.com/mach/science/drones-are-fighting-wildfires-some-very-surprising-ways-ncna820966>

22. Probabilistic target detection by camera-equipped UAVs. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5509355>

23. Jingxuan, Sun, Boyang, Li, Yifan, Jiang, Chih-yung, Wen. A Camera-Based Target Detection and Positioning UAV System for Search and Rescue (SAR) Purposes. Available at: <https://www.mdpi.com/1424-8220/16/11/1778>

24. Mingyang, Lyu, Yibo, Zhao, Chao, Huang, Hailong, Huang. Unmanned Aerial Vehicles for Search and Rescue: A Survey. Available at: <https://www.mdpi.com/2072-4292/15/13/3266>

25. A novel UAV path planning approach: Heuristic crossing search and rescue optimization algorithm. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417422022618>

Надійшла до редколегії: 09.10.2024

Прийнята до друку: 12.11.2024